論　　説

“特定期間選好”の混在する非同質的経済におけるタームストラクチャー

――Good, Bad, and Ugly Investors――

森　田　　　　洋

1．はじめに

Blondie
“$200,000 is a lot of money, We’re going to have to earn it.”

Angel Eyes
“How?”

（出所：セルジオ・レオーネ監督．“the Good, the Bad, and the Ugly”．クリント・イーストウッド，イーライ・ウォーラック，リー・バン・クリーフ他出演，1966．20世紀フォックス ホームエンターテイメント，2008.（DVD））

これは映画“the Good, the Bad, and the Ugly”のとあるシーンにおける台詞である．山分けという平和的解決が期待できない空気が漂う中，勝者のみが金貨を手にする決闘をブロンディ―（“the Good”）が提案するシーンであり，映画はこの後クライマックスを迎える．３人のガンマンのうち，“the Good”と“the Bad”は先々のシナリオを踏まえ計算しつくした行動をとるのに対し，“the Ugly ”は動的最適化の観点からは疑問の残る行動をとり，それによる遅れや損失をカバーするため卑劣な行動をとる，どこか人間臭い人物である．３人とも実力は互角ながら行動スタイルは三者三様であり，また登場人物のやりとりが“３way”だからこそ物語は興味深くその結末にも関心がわく．社会科学においても三者三様のプレイヤー，グループ等によるゲームや競争を考えることは２人や２グループゲームに比べると分析が急激に困難となるものの，関心も高くその研究の価値は高いことが多い．

異時点間の資源配分機能を担う資本市場は，参加者が直接対決しない上，参加者の一部にマーケットメイキングを担う者がいるものの，上記の舞台と似た側面がある．参加者は最適資源配

分の実現を目的として市場に現れるというより，“have to earn”，つまり「自身あるいは依頼者の予算を豊かにすることを目的とし競争的市場で利益を勝ち取るため市場に現れる」と記述するのが妥当である．市場参加者間のペイオフは必ずしもゼロサムの構造ではないが，大きな金額を任されるプロフェッショナルなトレーダーは瞬時の判断が迫られる中，経験に基づき時には生き残りを賭けて“指を動かす”必要も出てくる．超過収益（の機会）があればそれはすぐに標的となり，情報収集に遅れをとった参加者がマーケットに来たときにはもはや残っていない．少なくとも理論上はそうであろう．

本研究は異なる３つのタイプの経済主体が銘々の最適消費投資計画の下，資本市場において資産取引を行う非同質的一般均衡モデルを考えるものである．３つのタイプの経済主体の属性は三者三様である．モデルの大きな特徴は，３つのうち２つのタイプの経済主体が背景は異なりこそすれ将来の特定の期間を重視する点である．そのうち１つのタイプは特定の期間における消費を重視し，その時間選好に基づいた消費投資計画をたてる．また別のタイプは将来の特定期間における経済成長に対し，他のタイプと異なる見解を持ちその下で消費投資の意思決定を行う．３者の競争的取引の結果を考える枠組みとして，Lucas（1978）と同じく初期時点の賦存量への請求権が正の供給にて賦与される純粋交換経済を使用する．

資本市場を舞台とした三者の競争的取引が長短金利の関係であるタームストラクチャ－に如何なるインパクトを与えるかを明らかにすること，これが本研究の主たる目的である．三者の経済主体のうち，二者が消費投資計画において特定の期間を重視することから，二者の“特定期間”がタームストラクチャーにもたらすインパクトを明らかにすると言い換えることもできる．経済主体のタイプの数を３としたことにより，本研究は同質的経済との比較だけではなく異なる非同質的経済の比較も可能となる．この利点を利用して，特定期間を重視するにしてもそれが時間選好によるものかそれとも将来に関する他者との見解の違いかで資産の均衡価格が如何に異なるかを明らかにすることが，具体的目的の一つである．資産の均衡価格の他に非同質的経済の特徴として起こり得る経済主体間の取引の特徴について明らかにすることも目的となる．さらに，３つのタイプのうち一人は将来に対して他者と異なる見解を持つが，その理由を限定合理性と考えることも可能である．この場合行動ファイナンスにおける重要な論点として限定合理性の下で行動する経済主体の絶滅可能性および経済の収束先を調べる，こちらも本研究の目的の一つである．

タームストラクチャーの文脈にて，“特定期間”のインパクトを一般均衡分析の枠組みで分析する理由は少なくとも３つ存在する．第１にCulbertson（1957），Modigliani and Sutch（1966）によって提唱された特定期間選好仮説と一般均衡モデルとの両立性が完全な解決を見ていない点である．彼らは投資家の中には制度や慣行あるいは自身の資金計画の都合から特定の満期の債券購入を好むことを主張し，満期ごとに市場が分断される可能性を示唆した．実務的観点から説得的なこの仮説に対しCox, Ingersoll, and Ross（1981）は実物投資機会のメニューが与えられる連続時間モデルの枠組みにおいて特定期間選好仮説を再検討し，その一般均衡において投資家の投資ホライゾンの長さによってタームストラクチャーが影響を受けないという否定的結果を導出した．本研究における“特定期間”が特定期間選好仮説へいかなる含意をもたらすかは重要なリサーチクエスチョンである．

第２の理由はここ最近の中央銀行による特定の満期をターゲットとした債券購入による金融緩和措置にある．特定の満期の債券を集中的に売買する金融緩和措置は目的こそ異なるもの

の，市場参加スタイルにおいて特定期間選好を持つ投資家の行動と似ている．このため，金融緩和措置を形式的に特定期間選好ととらえ政策的観点から理論的示唆を得ることは重要である．Vayanos and Vila（2021）は連続時間の枠組みで裁定機会を排除する投資家を巧みに導入し特定の満期に需要を持つ投資家の注文を需要ショックとして扱い市場の反応を分析している．彼らは Vasicek（1979）による代表的タームストラクチャーモデルがどのように拡張されるかを示し，中央銀行の金融緩和措置の効果を分析している．彼らのモデルは従来の一般均衡分析とは若干異なる枠組みであるがゆえ典型的な一般均衡分析で金融緩和措置を再検討することに意義がある．本研究ではパラメータを適切に選ぶことにより，昨今観測されるイールドカーブと同様のカーブを得ることができる．中央銀行の目的関数は効用最大化とは異なり，また貨幣供給やインフレーションが重要な論点であり，それを扱っていない本研究では直接的に金融緩和措置を議論することは不可能だが，イールドカーブコントロールに対する示唆を探ることには価値がある．

第３の理由は特定期間を選好する経済主体の行動原理に関するミクロ的基礎の必要性である．Vanayon and Vila（2021）は，Dai and Singleton（2002），Duffee（2002）による期待パズルとの両立性を示すなど示唆に富む多くの結果をもたらしているが，追跡可能性の観点から特定期間を選好する投資家の注文は単純な需要関数として定式化されている．このため需要関数が如何なる最適化を基礎として生成されているかは明らかになっていない．効用最大化の観点から彼らの需要関数の基礎を考えることに意義がある．

本研究は Lucas（1978）の連続時間モデル版Duffie and Zame（1989）と同じ純粋交換経済を分析の枠組みとする．さらに総賦存の確率過程において総賦存量の局所的期待成長率がOrnstein- Uhlenbeck過程に従うことおよび経済主体の時間加法的生涯効用を構成する各時点の効用が対数関数であることを仮定する．これは対数効用を含むべき乗型効用の下で同質的経済の均衡価格を求めるGoldstein and Zapatero（1996）とモデルの構造は同一である．したがって本研究は対数型効用に特化するものの，彼らのモデルの非同質的経済への拡張の意味も持つ．

本研究の主たる結果は以下のとおりである．第１に他者とは異なる特異な時間選好を持つ経済主体の存在はタームストラクチャーにインパクトを与えることを確認した．我々の枠組みにおいても投資ホライゾンはタームストラクチャーに影響を与えないことから，Cox, Ingersoll, Ross（1982）の否定的結果と対立する結果というよりは，むしろそれを補う形となる．特定期間選好仮説は投資ホライゾンよりもホライゾン内の特定期間の時間選好のもたらすものとして捉えるべき，斯様な形にて特定期間選好仮説が一般均衡モデルと両立可能である，というのが本研究のメッセージの一つである．

第２に，将来の経済に関する経済主体間の見解の相違のもらたすインパクトは，生成されるタームストラクチャーの形状を見る限り上述の時間選好のもたらすインパクトと似ているものの，経済主体間の取引や賦存請求権の均衡価格へのインパクトは全く異なることが明らかとなった．賦存請求権の価値を株式の配当請求権の価値と解釈するならば，株価への影響に違いが出ると表現可能である．この表現をとるならば，本研究において明らかとなったことは次のとおりとなる．すなわち，消費に関する時間選好は経済主体間の債券取引を引きこさない一方でディスカウントレートへの影響から株価へインパクトをもたらす．一方，将来の特定期間の経済成長に関する見解の相違は経済主体間の債券取引を引き起こす一方で株価への影響については中立的である．

第３に，経済主体間の見解の相違が生じる“特定期間”が，目先の期間を含むか否かによって取引に違いがでることが明らかとなった．この結果は中央銀行のイールドカーブコントロールが目先の経済に関するアナウンスメント効果を持つか否かといった政策的インプリケーションとなり中央当局の債券売買が単なるイールドカーブコントロール以上の意味を持つことが示唆される．

本研究の構成は以下のとおりである．続く第２節でモデルを紹介した後，第３節ではマルチンゲール法により債券および賦存請求権の市場均衡価格を求め，第４節では異なる非同質的経済におけるタームストラクチャーを比較する．さらに経済主体の資産取引について分析し，特に債券の取引については，Vayanos and Vila（2021）における特定期間選好を持つ投資家の注文のミクロ的基礎や中央銀行の金融緩和措置へのインプリケーションを議論する．第５節では行動ファイナンスの論点と関連付け限定的合理性の下で意思決定する経済主体の絶滅可能性を議論する．第６節では要約と結論を述べる．

２．モデル

時点の集合が閉区間 $[0,\tau]$ で表される有限期間の連続時間経済を考える．経済の不確実性を確率空間 $\{\Omega,\mathcal{F},\{\mathcal{F}_t: t\in[0,\tau]\},P\}$ で表し，フィルトレーション $\{\mathcal{F}_t: t\in[0,\tau]\}$ は互いに独立な２つの１次元ウィーナー過程 $\{Z_t^\mu: t\in[0,\tau]\}$, $\left\{Z_t^D: t\in[0,\tau]\right\}$ により生成されるとする．

Lucas（1978），Duffie and Zame（1995）と同じく経済には各時点 $t\in[0,\tau]$ において総賦存量 D_t が外生的に与えられる．その確率過程はGoldstein and Zapatero（1996）と同じ

$$
\begin{aligned}
\frac{dD_t}{D_t} &= \mu_t dt + \sigma_D dZ_t^D, &(1)\\
d\mu_t &= \kappa\left(\bar{\mu}-\mu_t\right)dt + \sigma_\mu dZ_t^\mu &(2)
\end{aligned}
$$

で与えられる[1]．パラメータ $\kappa,\bar{\mu},\sigma_D,\sigma_\mu$ はいずれも厳密に正の定数とする．

資本市場においては，各時点において上記の賦存が所得として発生する供給１の賦存請求権が取引されている．また任意の時点 $s\in(0,\tau]$ を満期とする純供給が０の割引債が取引されているとしよう．時点 $t\ (0\le t\le\tau)$ における賦存請求権，満期を $s\ (t\le s\le\tau)$ とする額面１の割引債の価格をそれぞれ $S_t, B_{t,s}$ にて表す．経済の不確実性を生成するブラウン運動は２次元であることから証券の数は十分にあり市場は完備市場となる[2]．債券価格からインプライされる瞬間的フォワードレートを $f_{t,s}\ (0\le t\le s\le\tau)$，マネーマーケットアカウントを考える際に用いるショートレートを $r_t\ (0\le t\le\tau)$ で表すことにする．債券価格による両者の定義は債券価格が満期 s に関して微分可能である限り， $f_{t,s}=-\frac{\partial}{\partial s}\ln B_{t,s}$ となり，さらに連続微分可能であれば $r_t=\lim_{s\to t} f_{t,s}$ が成立する．

経済には賦存量の過程を上記パラメーターに基づき消費および投資計画を立てて実行する経

---

[1] Goldstein and Zapatero（1996）では１つの１次元ウィーナー過程のみで不確実性を生成させ $Z_t^D=Z_t^\mu$ となっていた．本研究でも彼らと同じく同質的経済の均衡価格も求めるが２つのウィーナー過程の相関の有無による違いはあるものの本質的な違いはない．

[2] 純供給０の賦存量への状態請求権や金利デリバティブも導入可能であるが，市場は完備であることから賦存請求権と債券により複製可能でありredundantである．

済主体が存在する．以下では経済主体A, B, Cと呼ぶことにしよう．経済主体Aは賦存量が確率過程が（1），（2）により決定されるという認識，および上記の証券市場で取引されている投資メニューの下で消費の列 $\{c_t^A : t \in [0,\tau]\}$ により得られる生涯効用の期待値，

$$E\left[\int_0^\tau e^{-\int_0^s \rho_u^A du} u(c_s^A)ds\right] \tag{3}$$

を最大化する消費および投資計画をたてるものとする． W_0^A を初期時点における経済主体の富の量とする． ρ_u^A は局所的な時間のインターバル $[u, u+dt]$ における時間選好率である．時間選好率は確率的には変動しないが滑らかに時間に依存して変動することを許すこととする．初期の富として経済の賦存量に対する請求権を保有していることを仮定する．各時点の効用は対数型とする．すなわち $u(c_s) = \ln c_s$ とする．

経済には経済主体Aと異なる時間選好率を持つ経済主体B，さらに上記パラメータ（の一部）を異なる値と信じ投資を行う経済主体Cが存在するとする．経済主体Bの時間選好率はAと異なる ρ_u^B だが効用関数はAと全く同じとする．

経済主体Cも各時点の消費から得られる効用はA，Bと同じだが賦存量成長率 μ_t の平均回帰水準について他者と異なる水準が正しいと考えているとする．すなわち確率過程 $\{\nu_t : t \in [0,\tau]\}$ の値だけ高い $\bar{\mu}_t^\nu := \bar{\mu} + \nu_t$ という平均回帰水準が真の値と考えているとする． 確率過程 $\{\nu_t : t \in [0,\tau]\}$ の符号には制約はないが，Novicov条件を満たすものとする[3]．この条件の下では，経済主体A，Bと同一の実現値を観測しながらも経済主体Cは μ_t の確率過程，

$$d\mu_t \;=\; \kappa\left(\bar{\mu}_t^\nu - \mu_t\right)dt + \sigma_\mu dZ_t^\nu,\ \text{ただし}\ dZ_t^\nu = dZ_t^\mu - \frac{\kappa\nu_t}{\sigma_\mu}dt \tag{4}$$

において確率過程 $\left\{Z_t^\nu : t \in [0,\tau], Z_t^\nu = Z_t^\mu - \int_0^t \frac{\kappa\nu_s}{\sigma_\mu}ds\right\}$ がウィーナー過程であると信じていることとなる．ラドンニコディム導関数

$$\xi_\tau := \xi_0 \exp\left(\int_0^\tau \frac{\kappa\nu_s}{\sigma_\mu}dZ_s^\mu - \frac{1}{2}\int_0^\tau \frac{\kappa^2\nu_s^2}{\sigma_\mu^2}ds\right)$$

により定義される P と同値な測度を P^ν で表すこととしよう． $\{Z_t^\nu : t \in [0,\tau]\}$ は P^ν の下でウィーナー過程となることから，経済主体Cは同値ではあるものの異なる確率測度 P^ν の下で将来の無数のシナリオを描いており，消費の列 $\{c_t^C : t \in [0,\tau]\}$ から得られる下記の生涯効用の期待値を最大化することとなる．

$$E^\nu\left[\int_0^\tau e^{-\int_0^s \rho_u^C du} u(c_s^C)ds\right] \tag{5}$$

ただし E^ν は確率測度 P^ν の下での期待値演算子である．この生涯効用の期待値は ξ_t を用いて，

---

[3] 我々の表記ではNovicov条件は $E\left[\int_0^\tau \kappa^2\nu_t^2/\sigma_\mu^2 dt\right] < \infty$ である．

$$E\left[\int_0^\tau e^{-\int_0^s \rho_u^C du}\xi_s u(c_s^C)ds\right] \tag{6}$$

と表すことが可能なことから，経済主体Cは真の確率測度 P の下で状態依存効用関数 $\xi_s u(c_s^C)$ で定義される生涯効用の期待値最大化を行うと解釈することが可能である[4].

3．市場均衡

3.1．市場均衡におけるプライシングカーネル

各経済主体の消費における時間選好に関し表現の簡素化のため $\delta_{t,s}^A, \delta_{t,s}^B, \delta_{t,s}^C$ を以下のように定義し利用することとする．ただし市場均衡価格を扱う際局所的な時間選好率 ρ_t が重要となる場合もあるため必要に応じて双方を利用する.

$$\delta_{t,s}^A = \exp\left(-\int_t^s \rho_u^A du\right),\ \delta_{t,s}^B = \exp\left(-\int_t^s \rho_u^B du\right),\ \delta_{t,s}^C = \exp\left(-\int_t^s \rho_u^C du\right)$$

明らかに各経済主体とも $\delta_{t,u}^{\cdot}\delta_{u,s}^{\cdot} = \delta_{t,s}^{\cdot},\ (0 \le t \le u \le s \le \tau)$ が成立する.

経済主体Aの最適化問題は次のように定式化される.

$$\max_{\{(c_s^A):s\in[0,\tau]\},\ \lambda_A} E\left[\int_0^\tau \delta_{0,s}^A u((c_s^A))ds\right] + \lambda_A\left(M_0 W_0^A - E\left[\int_0^\tau M_s c_s^A ds\right]\right) \tag{7}$$

ただし $\{M_s(\omega) : \omega \in \Omega, s \in [0,\tau]\}$ は将来キャッシュフローの均衡における現在価値を求めるために必要なプライシングカーネルであり後ほど具体的に求めるものである．将来時点 s のキャッシュフローの時点０におけるプライシングの際には比率 $M_s(\omega)/M_0(\omega)$ が十分な情報であることから一般性を失うことなく $M_0(\omega) = 1,\ \forall\omega \in \Omega$ とする[5].

定数 λ_A はマルチンゲール法にて最適解にアプローチする際，最適化問題の定式化に伴い定義されるラグランジュ乗数である．この乗数は異質的経済の均衡の際に代表的経済主体を規定する各経済主体に対する重みとなる重要なパラメータである．特に $M_0 = 1$ とした場合，このラグランジュ乗数は経済主体の富の初期水準の限界的増分が生涯効用の期待値に及ぼす影響の大きさを表すと解釈可能である．また経済主体の消費は基本事象ごとに異なりうること，したがって１階の条件は時間ごとのみならず基本事象ごとに存在する.

タイプB の経済主体の最適化問題は上の最適化問題における時間選好率をタイプBのものに

4　この定式化はKogan, Ross,Wang, and M. Westerfield（2006）と同一である．彼らは賦存量が幾何ブラウン運動に従うとして２つのタイプの経済主体の資産比率の収束先を調べノイズトレーダーの生存を議論している.

5　プライシングカーネルの比は言うまでもないが，同値マルチンゲール測度のラドンニコディム導関数とショートレート（連続時間モデルにおいて最も満期が短い短期金利）でロールオーバーを行うマネーマーケットアカウントの比率に相当する．この場合にも時点０におけるラドンニコディム導関数，マネーマーケットアカウントの値はいずれも０である.

変えるだけであり数学的に同じ構造を持つことから省略する．タイプCの経済主体の最適化問題は次のとおりである．

$$\max_{\{c_s^C:s\in[0,\tau]\}} E\left[\int_0^\tau \delta_{0,s}^C \xi_s u(c_s^C)ds\right] + \lambda_C \left(M_0 W_0^C - E\left[\int_0^\tau M_s c_s^C ds\right]\right.$$

各経済主体の最適化問題におけるラグランジュ乗数の逆数を $\Lambda_A = 1/\lambda_A, \Lambda_B = 1/\lambda_B$, $\Lambda_C = 1/\lambda_C$ と表すことにしよう．各経済主体の最適性の条件および需給一致の条件を利用することで市場均衡におけるプライシングカーネルに対し次の表現を与えることができる．

命題１　市場均衡におけるプライシングカーネルは次のように表現される．

$$M_t = D_t^{-1}\left(\Lambda_A \delta_{0,t}^A + \Lambda_B \delta_{0,t}^B + \Lambda_C \xi_t \delta_{0,t}^C\right) \tag{8}$$

ただしラグランジュ乗数の逆数 $\Lambda_A, \Lambda_B, \Lambda_C$ は次の値として与えられる．

$$\Lambda_A = \frac{W_0^A}{\int_0^\tau \delta_{0,s}^A ds},\ \Lambda_B = \frac{W_0^B}{\int_0^\tau \delta_{0,s}^B ds},\ \Lambda_C = \frac{W_0^C}{\int_0^\tau \delta_{0,s}^C ds} \tag{9}$$

（証明）付録を見よ．

付録内 7.1. 節では（33）にあるように，命題１の証明として，まず相対的危険回避度係数の値を特定化しない一般的な場合にてプライシングカーネルを導出している．効用関数をべき乗型とする一般的設定下ではGoldstein and Zapatero（1996）で示されるとおり同質的な経済であっても賦存請求権の価値を解析的に解くことができない．またべき乗型の一般的設定下では，プライシングカーネルはたった１種類の経済主体のみで構成される同質的経済におけるそれの一般化平均の形式をとる．債券価格を求める際にはプライシングカーネルの期待値計算が必要だが，この一般化平均の形式をとる部分は確率過程 $\{\xi_t : t \in [0,\tau]\}$ を含むことから，"特定期間"選好を扱う目的から $\{\nu_t\}$ が時間を通じて一定でないとする本研究では期待値を解析的に求めることは難しい．このため本研究では解析的に追跡可能とするため効用関数を対数関数としている．

以下本文では見通しをよくすると同時に表現を簡潔に保つため，具体的にする必要がない限り記号 $\Lambda_A, \Lambda_B, \Lambda_C$ をそのまま用いた表現を使うことにする[6]．

3.2.　経済主体が一つのタイプのみの同質的経済

最初に経済主体が３つのタイプのうち１つのみ存在する同質的経済における債券および

---

[6] 最適消費は任意の時点で時間選好率に従って消費を次のように決定する．

$$c_t^A = \frac{W_t^A}{\int_t^\tau \delta_{t,u}^A du}$$

時点０における計画では $c_0^A = \frac{W_0^A}{\int_0^\tau \delta_{0,u}^A du}$ であり，ラグランジュ乗数は対数効用の消費の限界効用 $(c_0^A)^{-1}$ に対応している．

賦存請求権の均衡価格を求めよう．各同質的経済における均衡価格を，債券については $B_{t,s}^A, B_{t,s}^B, B_{t,s}^C$ 賦存請求権については S_t^A, S_t^B, S_t^C としよう．

タイプAのみの同質的経済は $W_0^B = W_0^C = 0$ とすればよい．このとき（9）より $\Lambda_B = \Lambda_C = 0$ となることからプライシングカーネルは単純化され，$M_t = D_t^{-1}\Lambda_A\delta_{0,t}^A$ となる．もちろん初期の富はすべて経済主体Aのものとなるのでラグランジュ乗数の具体的値は変わるが，以下の均衡価格導出の際には消去されるため，ここで求めた均衡価格が非同質的経済の分析で利用されるにしても非同質的経済におけるラグランジュ乗数と併存する表現は現れないことを述べておこう．各時点の最適消費は各時点の賦存量と一致し $c_t^A = D_t$ が成立する．

Duffie and Zame（1989）における定理１より，市場均衡における債券価格は $B_{t,s} = E_t[M_s/M_t]$，賦存請求権の価格は $E_t\left[\int_t^\tau D_s M_s/M_t ds\right]$ で与えられるので，これを計算することで以下のように債券および賦存請求権の均衡価格が得られる．

$$B_{t,s}^A = \exp\left(-\int_t^s f_{t,u}^A du\right), \tag{10}$$

ただし $f_{t,s}^A$ はこの経済の瞬間的フォワードレートで，

$$\begin{aligned} f_{t,s}^A &= \rho_s^A + E_t[\mu_s] - \frac{1}{2}\sigma_D^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1-e^{-\kappa(s-t)}}{\kappa}\right)^2\sigma_\mu^2 \\ &= \rho_s^A + (1-e^{-\kappa(s-t)})\bar{\mu} + e^{-\kappa(s-t)}\mu_t - \frac{1}{2}\sigma_D^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1-e^{-\kappa(s-t)}}{\kappa}\right)^2\sigma_\mu^2 \end{aligned} \tag{11}$$

である．

$$S_t^A = D_t\int_t^\tau \delta_{t,s}^A ds \tag{12}$$

上記はGoldstein and Zapatero（1996）により得られた結果に相当し，割引債価格は流動性プレミアムのない場合のVasicekモデルを生成している．フォワードレートを表す１行目の式における最初の３つの項が将来の短期金利の予想を表している．第１項が代表的経済主体の時間選好率，第２項が将来の経済成長率の予想，第３項が予備的動機に基づくリスク調整項である．最後の項がコンベクシティを表している．満期時点を $s \to t$ として得られるショートレートは次のとおりである．

$$r_t^A = \rho_t^A + \mu_t - \frac{1}{2}\sigma_D^2 \tag{13}$$

賦存請求権については，対数効用の場合将来の賦存量は成長するものの，その割引率がちょうど賦存量の成長率と時間選好率の和と等しくなることから単純な形をとる．

タイプAとタイプBの違いは時間選好率のみで次が成立する．

$$f_{t,s}^B = f_{t,s}^A - (\rho_s^A - \rho_s^B)$$

$$S_t^B = S_t^A \int_t^\tau \delta_{t,s}^B \Big/ \int_t^\tau \delta_{t,s}^A ds$$

タイプCのみの同質的経済の場合には，$\Lambda_A = \Lambda_B = 0$ の下でのプライシングカーネルにより資産価格を求める．タイプCの経済主体が $\{Z_t^\nu\}$ が確率測度 P^ν の下でウィーナー過程に従うと信じるため，次の債券価格と賦存請求権価格が成立する．

$$\begin{aligned} B_{t,s}^C &= \exp\left(-\int_t^s f_{t,u}^C du\right) \\ f_{t,s}^C &= f_{t,s}^A - (\rho_s^A - \rho_s^C) + \int_t^s e^{-\kappa(s-u)} E_t[\nu_u] du \\ S_t^C &= D_t \int_t^\tau \delta_{t,s}^C ds \end{aligned} \tag{14}$$

時間選好の違いを別にすると，タイプAやタイプBの経済と大きく異なるのはフォワードレートのみである．経済成長率に対応する μ_t の平均回帰水準が $\bar{\mu}$ ではなく $\bar{\mu} + \nu_u$ と考える経済主体Cの経済では将来の短期金利の見通しが異なり，この項の有無により債券価格に違いが生じる．なおフォワードレートの水準に対するリスクファクターの影響はタイプA と全く変わらず債券価格の変動の大きさは変わらない．

いかなるタイプの経済であろうと，既存研究の下では平均回帰水準は現在の短期金利を決める要素にはならなかったように，ここでもタイプCのショートレートも下記のとおり ν_u の影響を受けない．

$$r_t^C = \rho_s^C + \mu_t - \frac{1}{2}\sigma_D^2 \tag{15}$$

効用関数が対数効用であることから動的ヘッジの動機はいずれの経済主体にもない．仮に2つのウィーナー過程が相関を持ったとしても動的ヘッジリスクプレミアムは0となる．よって割引率の主たる要因であるショートレート，およびリスクプレミアムはタイプAと変わらない．さらに将来の予想のもととなる確率測度 P^ν のラドンニコディム導関数が賦存量リスクと独立であることから将来の賦存量の予想に関してもタイプAと違いが生じない．このことからタイプCの経済における賦存請求権価格はタイプAの経済のそれと時間選好率以外に違いをもたらす要因は存在しない．

3.3.　3つのタイプの経済主体が共存する非同質的経済

付録 7.1. 節における（32）で示すとおり，各経済主体のラグランジュ乗数の逆数 $\Lambda_\cdot$ と時間選好率 $\delta_{0,t}$ の積は経済賦存における各経済主体の消費シェアという重要な意味を持つ．そこでこの消費の相対的シェアを $\theta_t^A, \theta_t^B, \theta_t^C$ と表すことにしよう．

$$\theta_t^A = \frac{\Lambda_A \delta_{0,t}^A}{\Lambda_A \delta_{0,t}^A + \Lambda_B \delta_{0,t}^B + \Lambda_C \xi_t \delta_{0,t}^C},$$

$$\theta_t^B = \frac{\Lambda_B \delta_{0,t}^B}{\Lambda_A \delta_{0,t}^A + \Lambda_B \delta_{0,t}^B + \Lambda_C \xi_t \delta_{0,t}^C},$$
$$\theta_t^C = \frac{\Lambda_C \xi_t \delta_{0,t}^C}{\Lambda_A \delta_{0,t}^A + \Lambda_B \delta_{0,t}^B + \Lambda_C \xi_t \delta_{0,t}^C}$$

各資産の均衡価格を求める際，その資産から発生する所得に掛け合わせるプライシングカーネルを規定するのは所得発生時点における消費の大きさと時間選好である．時間選好は経済主体間で異なり得るため消費のシェア θ_t が資産価格の決定において重要なファクターとなる．

また各時点において経済全体の消費が賦存量で与えられることから次が成立する[7].

$$c_t^A = \theta_t^A D_t,\ c_t^B = \theta_t^B D_t,\ c_t^C = \theta_t^C D_t$$

各経済主体の資産は消費の現在価値を生涯分合計したものとなることから次のように求めることができる．例えばタイプAの場合は

$$W_t^A = E_t\left[\int_t^\tau c_s^A \frac{M_s}{M_t} ds\right] = D_t \theta_t^A \int_t^\tau \delta_{t,s}^A ds$$

となる．他のタイプについても全く同じである． $c_t^A = \theta_t^A D_t$ であることから，この等式を変形し $c_t^A = \frac{W_t}{\int_t^\tau \delta_{t,s}^A ds}$ とすれば対数効用特有の最適消費計画が得られる[8].

消費と資産が単純な関係で結ばれてはいるものの，消費配分 θ_t はあくまでも各タイプの消費水準の構成比率であり，経済主体の資産の構成比率ではないことに注意するべきである．各経済主体の資産の構成比率を $\eta_t^A = W_t^A/W_t,\ \eta_t^B = W_t^B/W_t,\ \eta_t^C = W_t^C/W_t,\ (Wt = W_t^A + W_t^B + W_t^C)$ とすると次のように表される．その導出および確率微分方程式は付録に記しておく．

$$\eta_t^A = \frac{\int_t^\tau \Lambda_A \delta_{0,t}^A}{\int_t^\tau \Lambda_A \delta_{0,s}^A + \Lambda_B \delta_{0,s}^B + \Lambda_C \xi_t \delta_{0,s}^C ds},$$
$$\eta_t^B = \frac{\int_t^\tau \Lambda_B \delta_{0,t}^B}{\int_t^\tau \Lambda_B \delta_{0,s}^A + \Lambda_B \delta_{0,s}^B + \Lambda_C \xi_t \delta_{0,s}^C ds},$$
$$\eta_t^C = \frac{\int_t^\tau \Lambda_A \xi_t \delta_{0,t}^C}{\int_t^\tau \Lambda_A \delta_{0,s}^A + \Lambda_B \delta_{0,s}^B + \Lambda_C \xi_t \delta_{0,s}^C ds}$$

注意するべき点は取引される資産の内賦存請求権のみ供給が正で後に示すとおり各経済主体は資産額と同額の請求権を保有することから各経済主体の資産の構成比率は賦存請求権の保有比率にもなっていることである．

また特筆するべき重要な点として，各経済主体の時間選好が時間を通じて一定であり，さら

7　この関係自体はべき乗型効用一般においても成立する．

8　すなわち対数効用の場合は時間選好率が０で $\delta_{t,s} = 1$ となる場合には資産を生涯期間にわたって均等配分した金額が現在の最適消費額となるが，時間選好率が０でない場合にはそれに応じて重みがつく最適計画となる．上の式はこの最適消費計画を表したものに他ならない．他の経済主体についても同様となる．

に三者間で同一，すなわち $\rho_t^A=\rho_t^B=\rho_t^C=\rho, \exists\rho\in\mathcal{R}, \forall t\in[0,\tau]$ としよう．タイプCが平均回帰水準について異なる見解をもたない特別な場合には $\xi_t=1\forall t\in[0,\tau]$ となり，

$$\eta_t^A=\theta_t^A=\frac{\Lambda_A}{\Lambda_A+\Lambda_B+\Lambda_C},\quad \eta_t^B=\theta_t^B=\frac{\Lambda_B}{\Lambda_A+\Lambda_B+\Lambda_C},\quad \eta_t^C=\theta_t^C=\frac{\Lambda_C}{\Lambda_A+\Lambda_B+\Lambda_C}$$

が成立する．η_t^i が賦存請求権の保有比率，よって今期の所得の配分比率となっていること，θ_t^i が今期の消費の配分比率となっていることから，この場合においてのみ各経済主体は所得と消費のギャップによる賦存請求権のリバランスを行わない．またこの比率が時点0の最適化問題から与えられるラグランジュ乗数のみで与えられることから，各経済主体は常に100%を賦存請求権に投資し債券およびショートレートが適用される短期金融資産の取引は一切行わない．だがこれは $\xi_t=1,\forall t\in[0,\tau]$ かつ時間選好率が最も単純となる場合にのみ成立し，例えばタイプCが異なる見解を持たずかつ各経済主体の時間選好率 ρ_t が時間を通じて一定であったとしても，時間選好率の値が経済主体間で異なる場合には非同質的となり取引が生ずる．これは後の節にて記す θ_t の確率微分方程式における確定項からも明らかである．

各経済主体の消費のシェア θ_t^i によって市場均衡価格は次の形をとる．

命題２　３つのタイプの経済主体が存在する場合の債券および賦存請求権の均衡価格は以下となる．

$$\begin{aligned} B_{t,s} &= \theta_t^A B_{t,s}^A+\theta_t^B B_{t,s}^B+\theta_t^C B_{t,s}^C, & (16)\\ S_t &= \theta_t^A S_t^A+\theta_t^A S_t^B+\theta_t^C S_t^C & (17)\end{aligned}$$

（証明）付録を見よ．

４．“特定期間”のインパクト

4.1. 瞬間的フォワードレートへのインパクト

タイプBとタイプCの経済主体がタームストラクチャーに与えるインパクトをフォワードレートへのインパクトにより調べてみよう．命題２から次の命題を容易に導くことができる．

命題３　市場均衡におけるフォワードレートは次の形をとる．

$$\begin{aligned} f_{t,s} &= \zeta_{t,s}^A f_{t,s}^A+\zeta_{t,s}^B f_{t,s}^B+\zeta_{t,s}^C f_{t,s}^C,\\ &= \zeta_{t,s}^A\rho_s^A+\zeta_{t,s}^B\rho_s^B+\zeta_{t,s}^C\rho_s^C+E_t[\mu_s]-\frac{1}{2}\sigma_D^2+\frac{1}{2}\left(\frac{1-e^{-\kappa(s-t)}}{\kappa}\right)^2\sigma_\mu^2 \qquad (18)\\ &\quad +\zeta_{t,s}^C\int_t^s e^{-\kappa(s-u)}E_t[\nu_u]du \end{aligned}$$

ただし，$\zeta_t^A,\zeta_t^B,\zeta_t^C$ は以下で定義される確率変数である．

$$\zeta_t^A = \frac{\theta_t^A B_{t,s}^A}{B_{t,s}}, \zeta_t^B = \frac{\theta_t^B B_{t,s}^B}{B_{t,s}}, \zeta_t^C = \frac{\theta_t^C B_{t,s}^C}{B_{t,s}}$$

命題２より $\zeta_t^A, \zeta_t^B, \zeta_t^C$ は合計が１となっている．均衡におけるフォワードレートは各経済主体の時間選好率および将来の経済成長率予想，コンベクシティ，さらに経済主体Cの異なる見解の影響の４つの要因により決定される．

例として時間選好率に $\rho_t^A = \rho_t^C$ という仮定を課してみよう．フォワードレートは次の水準となる．

$$f_{t,s} = f_{t,s}^A + \zeta_{t,s}^B(\rho_s^B - \rho_s^A) + \zeta_{t,s}^C \int_t^s e^{-\kappa(s-u)} E_t[\nu_u] du \tag{19}$$

したがって，経済主体Aのみの同質的経済を比較基準としたとき，経済主体Bの時間選好が特定の期間において経済主体Aのそれより低ければ，重みつきでフォワードレートを下げる．同様に経済主体Cの平均回帰水準に対する見解が経済主体Aのそれより低ければやはりフォワードレートを押し下げる．興味深い点は，イールドカーブを下げるインパクトの場合，経済主体BやC 単独の同質的経済の債券価格を上げるため，債券価格が含まれる重み ζ_B，ζ_C が高まることである．逆に将来のフォワードレートを上げるインパクトについては重みが少なくなりインパクトは相対的に小さくなるという非対称性が存在する．

$\theta_t^C = 0$ の場合と $\theta_t^B = 0$ の場合を比較することで，経済主体AおよびBのみの経済とAおよびCのみの経済の比較が可能である．前者の経済のフォワードレートが

$$f_{t,s}^{AB} = f_{t,s}^A + \zeta_{t,s}^B(\rho_s^B - \rho_s^A)$$

であるのに対して，後者は

$$f_{t,s}^{AC} = f_{t,s}^A + \zeta_{t,s}^C \int_t^s e^{-\kappa(s-u)} E_t[\nu_u] du \tag{20}$$

となる．前者は満期時点の時間選好率のみによるインパクトであるのに対し，後者は満期時点までの期間と“特定期間”の共通部分の集合が正のルベーグ測度を持つ限りその各時点の見解の違い全てがインパクトを与える．このため重み $\zeta_{t,s}$ が同一の場合でも異なる“特定期間”のタームストラクチャーへのインパクトは異なり，後者の場合には満期までの時点における意見の相違がすべて影響を及ぼしかつ指数による重みにより満期に近い時点の意見の相違ほどインパクトのサイズが大きくなる．なおショートレートについては $s \to t$ とすることにより次のとおりとなる．

$$r_t = \rho_t + \mu_t - \frac{1}{2}\sigma_D^2$$

ただし $\rho_t = \theta_t^A \rho_t^A + \theta_t^B \rho_t^B + \theta_t^C \rho_t^C$ である．経済主体Bの“特定期間”が直近の消費である場合に限りショートレートにインパクトを与えることとなる．Cの“特定期間”は現時点からの期間であろうとショートレートに影響を与えない．

4.2.　数値例

経済主体B，Cの特定期間が共通の区間となる数値例を考察しよう． 簡単化のために $\rho_t^A=\rho^A,\ \rho^A\in\mathcal{R}$ であるとする．特定期間選好仮説の一つの例として，一部の経済主体が特定の時点にキャッシュが必要となることが予定されており特定の満期の債券への需要を高めるというものがある．これは本研究の枠組みでは特定の時点における消費を高く評価し割引を小さくすることに対応する．そこでタイプBがタイプAよりも時間選好率が低く，特に将来の特定の期間 $[T^*-\epsilon,\ T^*],\ (0\le T^*-\epsilon<T^*\le\tau)$ において大幅に時間選好率が低いと仮定する．すなわち， $\bar{\rho}^B<\rho^A$ であり，

$$\rho_u^B=\bar{\rho}^B+\begin{cases}\Delta_B: & u\in[T^*-\epsilon,T^*]\\ 0: & \text{otherwise}\end{cases}$$

とする．さらに $\Delta_B<0$ とする．

一方タイプCの経済主体が将来の平均回帰水準に対して次のような見解を持っていたとしよう．

$$\nu_u=\bar{\nu}+\begin{cases}\Delta_C: & u\in[T^*-\epsilon,T^*]\\ 0: & \text{otherwise}\end{cases}$$

経済主体Cは将来の経済成長率の平均回帰水準が低いという見解を持ち， $\bar{\nu}<0,\ \Delta_C<0$ と仮定する．標準的な理論からすれば $[T^*-\epsilon,T^*]$ の期間における平均回帰水準が低い場合対応する短期金利は低い水準の範囲にて変動するためこの期間を満期に持つ債券の価格が高くなることが予想される．結果，債券運用による高収益の可能性からこの期間を満期に持つ債券需要がこの期間の満期ゾーンにおけるイールドカーブの水準を低く抑え込むと考えられる．タイプB，タイプCいずれの経済主体においても“特定期間”選好の単関数により定式化しているが，これを階段関数の極限として連続関数に拡張することが可能である．そのような拡張可能性が保証されていることからここでは最も単純な単関数による定式化を行っている．

中央当局による金融緩和措置は特定の満期を対象とした集中的な購入の場合タイプBやタイプCの取引と似ていると想像されるためその“特定期間”のインパクトが同様のものとなるかもしれない．後において可能な範囲で政策的含意を探ることとしたい．

経済の各パラメータは表1のとおり設定するとする．

表1

パラメータ	値
σ_D	0.15
κ	1
$\bar{\mu}$	0.01
σ_μ	0.005
D_0	1
ρ_t^A	0.01
T^*	10
ϵ	5
$\bar{\rho}_B$	0.0075
Δ_B	-0.0175
$\bar{\nu}$	-0.0025
Δ_C	-0.0025

図1は以上の設定の下で時点0において成立するイールドカーブである．太い実線がこの非同質的経済のイールドカーブである．経済主体への初期賦存の比率はほぼ均等に配分されその結果 $\theta_0^A = \theta_0^B = \theta_0^C = 1/3$ となっているとする．

また比較のためにAとBのみの非同質的経済，AとCのみの非同質的経済の結果もグラフに記してある．この場合は $\theta_0^A = 0.5$ としている．点線がタイプAとタイプBのみの非同質的経済のケース，破線がタイプAとタイプCのみの非同質的経済のケース，細い実線がタイプAのみの同質的経済のケースでVasicekモデルに相当する．各経済に共通のパラメータは表で与えたとおりである．

タイプBの特定期間選好のインパクトは点線のイールドカーブから読み取ることができる．命題3で示されたとおり，タイプBの特定期間である5年先から10年先までの間においてイールドカーブが押し下げられる．イールドが時点0から満期にわたるフォワードレートの平均となることから特定期間の時間選好率も平均に組み込まれ，その効果は10年より長い満期にも影響が出ている．

破線で表されるタイプAとCのみの非同質的経済についてもほぼ同様の形状が確認される．だが，先述のとおりショートレートにはタイプCの特定期間はインパクトを与えないためショートエンドにてタイプAとBの場合におけるイールドカーブと違いが生じる．

以上タイプBとタイプC各々の“特定期間”がイールドカーブを変化させることが示されたが，この結果が如何なる資産取引とともに実現しているかを次の節にて分析する．

4.3. “特定期間”が引き起こす資産取引

各時点における経済主体の取引を調べるために資産の保有比率を求める．マルチンゲール法では経済主体の総資産ならびに各金融資産の確率微分を求めることが必要である．以下ではまず各変数の確率微分方程式を示す．

$\theta_t^{\cdot}$ の定義に伊藤の補題を適用することで各 θ_t の確率微分方程式を次のように得ることができる．

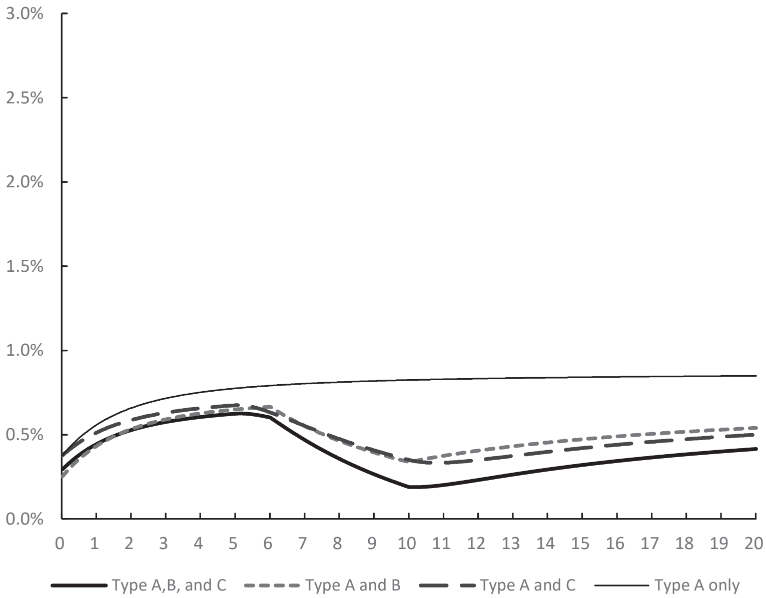

図１

$$
\begin{aligned}
d\theta_t^A &= \theta_t^A \left[-\theta_t^B(\rho_t^A - \rho_t^B) - \theta_t^C(\rho_t^A - \rho_t^C) + (\theta_t^C)^2 \left(\frac{\kappa\nu_t}{\sigma_\mu} \right)^2 \right] dt - \theta_t^A \theta_t^C \left(\frac{\kappa\nu_t}{\sigma_\mu} \right) dZ_t^\mu, \\
d\theta_t^B &= \theta_t^B \left[-\theta_t^A(\rho_t^B - \rho_t^A) - \theta_t^C(\rho_t^B - \rho_t^C) + (\theta_t^C)^2 \left(\frac{\kappa\nu_t}{\sigma_\mu} \right)^2 \right] dt - \theta_t^B \theta_t^C \left(\frac{\kappa\nu_t}{\sigma_\mu} \right) dZ_t^\mu, \\
d\theta_t^C &= \theta_t^C \left[+\theta_t^A(\rho_t^A - \rho_t^C) + \theta_t^B(\rho_t^B - \rho_t^C) - \theta_t^C(1 - \theta_t^C) \left(\frac{\kappa\nu_t}{\sigma_\mu} \right)^2 \right] dt + \theta_t^C(1 - \theta_t^C) \left(\frac{\kappa\nu_t}{\sigma_\mu} \right) dZ_t^\mu
\end{aligned}
$$

確定項における変化には経済主体間の時間選好率の差異が現れている．これは経済主体の消費に関する時間選好の違いが消費配分に影響を及ぼすからである．またいずれの比率においても拡散項 $\frac{\kappa\nu_t}{\sigma_\mu} dZ_t^\mu$ は $\frac{d\xi_t}{\xi_t}$ に対応しタイプCの見解の違いに影響を受ける．

以上より債券価格および賦存請求権価格の確率微分を次のように得ることができる．

命題４　債券と賦存請求権の価格が満たす確率微分方程式は下記のとおりである．

$$
\begin{aligned}
\frac{dB_{t,s}}{B_{t,s}} &= \left[r_t + \left\{ \frac{1 - e^{-\kappa(s-t)}}{\kappa} \sigma_\mu + \frac{B_{t,s} - B_{t,s}^C}{B_{t,s}} \theta_t^C \frac{\kappa\nu_t}{\sigma_\mu} \right\} \theta_t^C \frac{\kappa\nu_t}{\sigma_\mu} \right] dt \\
&\quad - \left\{ \frac{1 - e^{-\kappa(s-t)}}{\kappa} \sigma_\mu + \frac{B_{t,s} - B_{t,s}^C}{B_{t,s}} \theta_t^C \frac{\kappa\nu_t}{\sigma_\mu} \right\} dZ_t^\mu
\end{aligned}
\tag{21}
$$

$$
\begin{aligned}
dS_t &= \frac{\partial S_t}{\partial t}dt + \frac{dD_t}{D_t}S_t + \left(S_t^C - S_t\right)\theta_t^C \frac{d\xi_t}{\xi_t} \\
&= \left[\left(\rho_t + \mu_t\right)S_t - D_t\right]dt + \sigma_D S_t dZ_t^D - (S_t - S_t^C)\theta_t^C \frac{\kappa\nu_t}{\sigma_\mu}dZ_t^\mu
\end{aligned} \tag{22}
$$

本研究の枠組みでは同質的経済ならば，消費のリスクを減らす効果を持たない債券はリスクの報酬はなく期待収益率はリスクフリーレートであるショートレートと同一となる．ところが経済主体Cが存在する非同質的経済では債券のリスクプレミアムはゼロとはならない．これは将来の見解の相違から経済主体Cにとってのみ債券が割安ないしは割高となり価格が調整され他の経済主体と取引が起きるからである．ただ見解の相違を表すパラメータの現在の値 ν_t がゼロである限りこのプレミアムは生まれない．

時点 t における経済主体Aの資産の変化は次により与えられる．

$$
dW_t^A = \frac{dD_t}{D_t}W_t^A + \frac{d\theta_t^A}{\theta_t^A}W_t^A - c_t^A dt
$$

他の経済主体の資産の変化は上記の経済主体のインデックスを入れ替えるのみでありここでは省略する．

各経済主体がポートフォリオにおいて投資する債券の満期を s^* ,$t \leq s^* \leq \tau$ としよう．満期を特定化することで一般性を失わない．市場は完備であることから債券の種類を複数にする限り適切な債券ポートフォリオを組めば同じ収益率を実現することができるからである．各経済主体の資産の変化率に関する拡散項はこの債券，賦存請求権，マネーマーケットアカウントの３種類の資産のポートフォリオの拡散項と一致するので，たとえば経済主体Aの満期 s 債券，賦存請求権への投資比率を $w_{B_{t,s^*}}^A, w_{S,t}^A$ と表し等式を整理することで次の命題を得る．

命題５　各経済主体の資産保有比率は次のとおりとなる．

$$
w_{B_{t,s^*}}^A = w_{B_{t,s^*}}^B = \frac{\left(\frac{S_t^C}{S_t}\right)\theta_t^C\left(\frac{\kappa\nu_t}{\sigma_\mu}\right)}{\frac{(1-e^{-\kappa(s-t)})}{\kappa}\sigma_\mu + \left(1 - \frac{B_{t,s^*}^C}{B_{t,s^*}}\right)\theta_t^C\left(\frac{\kappa\nu_t}{\sigma_\mu}\right)} \tag{23}
$$

$$
w_{B_{t,s^*}}^C = \frac{\left(1 - \left(\frac{S_t^C}{S_t}\right)\theta_t^C\right)\left(\frac{\kappa\nu_t}{\sigma_\mu}\right)}{\frac{(1-e^{-\kappa(s-t)})}{\kappa}\sigma_\mu + \left(1 - \frac{B_{t,s^*}^C}{B_{t,s^*}}\right)\theta_t^C\left(\frac{\kappa\nu_t}{\sigma_\mu}\right)} \tag{24}
$$

$$
w_{S,t}^A = w_{S,t}^B = w_{S,t}^C = 1 \tag{25}
$$

外生的に賦存量が与えられている経済の特徴として，各経済主体の賦存請求権に対する保有比率は常に100%となる．だが所得と消費の差に基づくリバランスから売買は行われる．その他にマネーマーケットアカウントにおけるショートと債券のロングあるいはその逆という取引が存在している．これについては次の節において議論しよう．

4.4. ディスカッション

債券投資の比率を表す（23）の右辺分数において，分子の最初の２つの項は経済主体Cの規模を表しており，Cの規模が取引規模を決めている．$D_t\theta_t^C \int_t^\tau \delta_{t,s}ds = c_t^C \int_t^\tau \delta_{t,\tau}^C = W_t^C$, $S_t = W_t$ を利用して変形すると

$$\begin{aligned}\left(\frac{S_t^C}{S_t}\right)\theta_t^C &= \left(\frac{D_t \int_t^\tau \delta_{t,s}^C ds}{S_t}\right)\theta_t^C \\ &= \frac{D_t\theta_C \int_t^\tau \delta_{t,s}^C ds}{W_t} \\ &= \frac{W_t^C}{W_t}\end{aligned}$$

となることから経済主体C のプレゼンスを表している．また経済主体Cの平均回帰水準に対する見解の差異 ν_t の大きさも重要なファクターとなる．もしも現在見解に相違がなく $\nu_t = 0$ であれば取引は起きない．これは直近の短期金利の動きに関し意見が一致している場合には，局所的な債券の収益率について予想のギャップが生じず片方が買う側，片方が売る側とならないからである．したがって現時点で債券の売買が発生しているのであれば，それはとりもなおさず経済主体Cの考える平均回帰水準が現時点で他の経済主体と異なることをインプライする．現在の時点 t において $\nu_t = 0$ であっても遠い満期の債券のイールドは確かに上下するが，それはその時点に起きる短期金利の上下を各経済主体が予想して元本を割り引いた結果として，帰属価格いわば気配値が成立しているに過ぎず，現時点での債券取引を引き起こさない．

以上の結果は政策的な意図から債券を売買する中央当局の金融緩和措置に対してもインプリケーションを持つ．もちろん本研究の枠組みには限界があり，貨幣供給やインフレーションを導入しておらず中央当局の目的関数は本研究における経済主体のそれとは異なることから直接的に金融政策の議論はできない．限定的ではあるが，以下のような考察が可能である．もしも中央当局が債券を購入しそのカウンターパーティーとして一般の投資家が債券を通常より少なく投資するのであれば，ないしは売却するのであればそれは取引が起きていることになる．本研究からはその場合中央当局のスタンスが現時点から平均回帰水準のような経済の状態について他の投資家と異なる見解を持つことを意味する．したがって取引が起きるのであれば単なる需給への影響だけではなく，意図したか否かを別としてアナウンスメントの効果が発生する可能性を意識しないといけない．

現時点から平均回帰水準に対する見解が他の経済主体と異なるか否かにかかわらず，先述のとおり遠い満期の債券ほどインパクトが強く遠い満期のイールドへの効果が大きくなる．“特定期間”における見解の違いは期間の最終時点に近い満期ほど大きく作用する．経済主体AとCのみの異質的経済の上で議論するとしよう．数値例の特別なケースとして

$$\nu_u = 0 + \begin{cases} \Delta_C: & u \in [T^* - \epsilon, T^*] \\ 0: & \text{otherwise} \end{cases}$$

を考えてみよう．金融緩和措置であることから $\Delta_C < 0$ とする．例えばこの先数年間の経済成長の平均回帰水準が一般の投資家より低いという見解を持つかのごとく中央当局がマーケットで売買をするとしよう．このときフォワードレートは（20）より

$$f_{t,s}^{AC} = f_{t,s}^{A} + \zeta_{t,s}^{C}\int_{T^*-\epsilon}^{s} e^{-\kappa(s-u)}\Delta_C du \tag{26}$$

$$= f_{t,s}^{A} + \zeta_{t,s}^{C}\Delta_C\frac{1-e^{-\kappa(s-(T^*-\epsilon))}}{\kappa}, \quad T^*-\epsilon \le s \le T^* \tag{27}$$

となり平均回帰水準についての見解の違いは Δ_C が一定でありながら，そのインパクトの大きさは満期 s に関して単調増加となる．イールドカーブを下げることを意図するのであればショートエンドでのカーブの下方シフトは望めない一方，長期のゾーンでは効果が期待できる．

本研究は特定期間選好仮説を支持している．経済主体の特定期間に対する時間選好がイールドカーブを変えることは経済主体の時間選好率の影響から明らかである．ただ重要な点として経済主体Bの特定期間選好は債券取引を誘発しない．あくまでも資産の取り崩しにより消費をコントロールしており，賦存請求権からの所得以上の消費においては賦存請求権の一部を売却している．また所得以下の消費水準が最適な場合には請求権を買い足す形で時間選好に見合った望ましい消費を実現している．

特定期間選好仮説で想定される投資家は将来多額のキャッシュが必要となることから債券へ投資し，その結果利回りが下がるというものである．Vanayon and Vila（2021）も特定の満期の債券への注文を出す投資家を想定している．残念ながら本研究の結果はその基礎を与えることができない．ただ今回の結果からは次の示唆を得ることができる．本研究では経済主体Bが将来の特定期間において時間選好率が低くとも最適消費がその時点の賦存量に依存する形をとる．このため将来の消費額は賦存量に応じて変動するリスクが存在し，債券投資により決まった金額の将来消費を確保するスタイルにはそぐわない．もしも特定期間選好が債券投資を誘発するのであれば効用にsubsistence levelが存在し，例えば対数効用であれば，$u(c,t)=\ln(c-\delta_t\bar{c})$ として割引要素として δ_t が特定の期間で高くなると債券取引を誘発するかもしれない．

５．経済主体の絶滅可能性

仮に経済主体C の持つ見解が正しくなく真の確率は P^ν ではなく P であると仮定しよう．この場合経済主体の長期における生存可能性の高さは確率測度 P にて調べることとなる．経済主体Cは確率測度 P^ν にて意思決定を行うことから，経済主体A，Bとは異なり限定合理性の下で意思決定すると解釈可能である．この場合一般に多くの文献にて経済主体Cはノイズトレーダー，あるいは非合理的投資家とされることが多い．そこで $\tau \to \infty$ とした上で経済主体Cの資産比率が一定の値に収束するか調べることにする[9]．

仮に経済主体が半永久的に平均回帰水準について他の投資家と異なる見解を持ち続けたとする．

[9] 本研究は債券市場を主な対象としているが，以下は株式市場に焦点をあてたKogan, Ross, Wang, and Westerfield（2006）と本質的に同一の分析となる．

仮定１

$$\nu_t = a \ \ \forall t \geq 0 \tag{28}$$

が成立する．ただし a はある実数である．

経済主体Cの資産の比率は（34）より

$$\eta_t^C \ = \ \frac{\left(\int_t^\infty \delta_{0,s}^C \Lambda_C ds\right)\ \xi_t}{\int_t^\infty \Lambda_A \delta_{0,s}^A + \Lambda_B \delta_{0,s}^B ds + \left(\int_t^\infty \Lambda_C \delta_{0,s}^C ds\right)\xi_t}$$

であるから $t \to \infty$ のとき確率変数 ξ_t が発散するか特定の値に収束するかを調べればよい．ところが ξ_t は次を満たす．

$$\begin{aligned}\xi_t \ &= \ \exp\left(\int_0^t \frac{\kappa a}{\sigma_\mu} dZ_s^\mu - \frac{1}{2}\int_0^t \left(\frac{\kappa a}{\sigma_\mu}\right)^2 ds\right) \\ &= \ \exp\left(\frac{\kappa a}{\sigma_\mu}(Z_t^\mu - Z_0^\mu) - \frac{1}{2}\left(\frac{\kappa a}{\sigma_\mu}\right)^2 t\right)\end{aligned}$$

$\frac{1}{2}\left(\frac{\kappa a}{\sigma_\mu}\right)^2 > 0$ であることから，ウィーナー過程における大数の法則より $\ln \xi_t \to -\infty,\ P-a.s.$ が成立し，$\tilde{\eta}_t^C$ は確率１で０に収束する．

経済主体Cが真の値とは異なる平均回帰水準を前提に意思決定する限り，長期的にはこの経済主体の資産の比率は０に近づく．これは他の経済主体が対数効用を持ち長期における期待収益率の最大化に相当する意思決定をしていることからすれば自然である．

ただし経済主体Cの長期における“絶滅”は仮定１を前提にしている．平均回帰水準に対する見解が他者と異なる時点の集合が前節までのように特定の区間に限定される場合この経済主体は“絶滅”に至らない．また観測値に応じて平均回帰水準を修正する場合などには必ずしも同じ結果とならないと考えられる．

さらにKogan, Ross, Wang,and Westerfield（2006）でも指摘されているとおり，相対的危険回避度が１と異なる場合には意図せざるリスクテーキングによる高いリターンを享受することもあり，必ずしも経済主体C の資産比率は０に収束するとは限らないと推測される．

６．おわりに

本研究では異なる３つのタイプの経済主体による非同質的経済を考え，資産の均衡価格の性質，経済主体の資産取引の特徴を明らかにした．三者の経済主体のうち，１つのタイプは特定期間において例えば時間選好率が低く多くの消費を計画する経済主体であり，もう１つは経済成長率に関し他者とは異なる水準を平均回帰水準に考える経済主体であった．標準的な経済主体とこれら二者による非同質的経済では２つのタイプの“特定期間”がタームストラクチャーにインパクトを与えること，その与え方が異なることも明らかにした．また20世紀半ばから提唱されている特定期間選好仮説を支持する結果を得るとともに，他者と平均回帰水準のパスについて異なる見解を持つ経済主体もほぼ同様のインパクトをイールドカーブに与えることがわ

かった．

後者のインパクトの場合，特定期間に相当する満期が長いほどその効果が大きい．また特定期間が将来の期間の場合には現時点では債券の期待成長率に影響がなく経済主体間の取引が行われない．本研究の枠組みでは，取引が起きる場合にはその必要条件として現時点からの期間において他者と見解が異なることとなる．この結果は金融緩和という政策においては，直近の期間の見通しに関するアナウンスメント効果を伴うことを示唆する．中央当局としては単なるイールドカーブコントロールとはならないことを意識しなくてはいけない，というのが一つの政策的インプリケーションである．また行動ファイナンスにおける論点として，平均回帰水準に異なる見解を持つ理由が限定的合理性の場合，この経済主体は長期的には“絶滅”の可能性があることが示された．これは非合理的投資家の絶滅可能性を論点とする既存研究と整合的な結果である．

当然のことながら本研究には限界がある．対数型効用は近視眼的な意思決定を生成する目的関数であるため動的ヘッジの議論が不可能であること，相対的危険回避度が実際の水準よりも低い，などである．また特定期間選好仮説の想定する債券売買は本研究のモデルでは実現せず賦存請求権の取引で対応している．これは消費が所得に依存し消費額にリスクが存在するため，一定金額を回収する債券投資が適切な選択とならないからと考えられる．効用にsubsistence levelを導入するなど，より一般的な消費選好を設定することでより現実的な特定期間選好を均衡にて実現できるのではないか，というのが現段階の推測である．

さて，本研究における経済主体，いずれが“the Good”，“the Bad”，“the Ugly”であると考えられるだろうか．経済主体Bは経済主体Aと行動に大きな違いがない．市場は参加者の消費選好に合わせて最も効率的な競争的価格を決めるだけのことである．Bの時間選好が市場に対して悪影響を及ぼす結果を生み出しているわけでもない．もしも経済主体Aが標準的であり“the Good”ならば経済主体Bは“Another Good”とするのが適切であろうか．

Angel Eyes は”How”とBlondie に提案の中身を聞こうとしていた．完備市場の下で速やかに価格が調整されるこの理論的枠組みでは規模の大きい利益を獲得することは難しい．だがもしもタイプAとBの見解が真実を捉えており，二者がそれを知っていたならば，”How”の一つの候補はタイプCのカウンターパーティーとなって取引することであろう．本研究の枠組みは単なる一時点の完全競争市場ではなく，そこでは将来の価格の実現値ではないが各経済主体はシナリオごとの価格を確率変数として知っている．その意味では一種のアノマリと知りつつもタイプCの注文に応じて売買を行い，意図的ではないにしろ取引相手を“絶滅”に追いやる２つのタイプの呼称は何がふさわしいか，難しいところである．

一方で，経済主体Cには限定的合理性の下で意思決定をするという解釈を与え，将来への見通しについて誤りが永久に修正されないならば“絶滅”の可能性があることが仮定の下で示された．だがタイプCは果たして“the Good”ではないと言い切れるだろうか．実は本研究では確率測度 P が真の確率であることをあえて述べなかった．それは２つの確率測度 P と P^{ν} のいずれが真の確率であるかは本研究の枠組みで決定することができないからである．最後の節も確率測度 P が真の確率であることを仮定したに過ぎない．もしも P^{ν} が真の確率であったならば….経済主体AとBがむしろ長期リターンを最大化できないこととなる．彼らが“絶滅”しないとは言い切れないのである．そもそも平均回帰水準の真の経路を自身の見解とすることができる経済主体はいない．このときの経済がたとえ“ugly”であったとしても，その行く末の性質を明らか

にすることこそ重要なのかもしれない．

7．付録

7.1． 命題1の証明

見通しを良くするため効用関数を対数関数に特定化せず，それを含むより一般的なべき乗型効用 $u(c_s) := \frac{c_s^{-\delta}}{1-\delta}$ の下でプライシングカーネルを導出する． γ は正の定数で相対的危険回避度を表す係数である．各経済主体の最適化問題における各時点，各基本事象ごとの消費に関する1階の条件は点 $t(t \in [0,\tau]$ について

$$
\begin{aligned}
M_t &= \delta_{0,t}^A (c_t^A)^{-\gamma}/\lambda_A, && (29)\\
M_t &= \delta_{0,t}^B (c_t^B)^{-\gamma}/\lambda_B, && (30)\\
M_t &= \delta_{0,t}^C \xi_t (c_t^C)^{-\gamma}/\lambda_C && (31)
\end{aligned}
$$

と表すことができる．(30)，(31) 各々に (29) を代入して M_t を消去することで，経済主体間の最適消費の相対比を次のように得ることができる．

$$
c_t^A \left(\Lambda_A \delta_{0,t}^A\right)^{-\frac{1}{\gamma}} = c_t^B \left(\Lambda_B \delta_{0,t}^B\right)^{-\frac{1}{\gamma}} = c_t^C \left(\Lambda_C \xi_t \delta_{0,t}^C\right)^{-\frac{1}{\gamma}}
$$

ただし $\Lambda_A = 1/\lambda_A, \Lambda_B = 1/\lambda_B, \Lambda_C = 1/\lambda_C$ である． 経済主体B，Cの最適消費額を経済主体Aの最適消費額との相対比で表し，市場の需給条件に相当する消費支出と所得の一致性 $c_t^A + c_t^B + c_t^C = D_t$ に代入することで次を得る．

$$
c_t^A = D_t \frac{\left(\Lambda_A \delta_{0,t}^A\right)^{\frac{1}{\gamma}}}{\left(\Lambda_A \delta_{0,t}^A\right)^{\frac{1}{\gamma}} + \left(\Lambda_B \delta_{0,t}^B\right)^{\frac{1}{\gamma}} + \left(\Lambda_C \xi_t \delta_{0,t}^C\right)^{\frac{1}{\gamma}}} \tag{32}
$$

この等式を (29) に代入することによってプライシングカーネル M_t は

$$
M_t = D_t^{-\gamma} \left(\left(\Lambda_A \delta_{0,t}^A\right)^{\frac{1}{\gamma}} + \left(\Lambda_B \delta_{0,t}^B\right)^{\frac{1}{\gamma}} + \left(\Lambda_C \delta_{0,t}^C \xi_t\right)^{\frac{1}{\gamma}} \right)^{\gamma} \tag{33}
$$

となる． $\gamma = 1$ とすることで命題におけるプライシングカーネルを得る．

次に各経済主体の時点0における最適消費投資計画問題におけるラグランジュ乗数を求める．(7) における制約条件に相当する予算制約式，

$$
M_0 W_0^A = E\left[\int_0^\tau M_s c_s^A ds\right]
$$

に最適消費に関する1階の条件を $\delta_{0,s}^A (c_s^A)^{-1} = \lambda_A M_s$ を代入すると，

$$
M_0 W_0^A = \lambda_A^{-1} \int_0^\tau \delta_{0,s}^A ds
$$

となる．プライシングカーネルは最適化消費投資計画問題，資産価格評価いずれにおいても異なる時点の相対比までが一意的に与えられるため，その初期値は自由に設定可能だが，最適化

問題におけるラグランジュ乗数を初期の資産 W_0^A の限界効用としての解釈を与えることが自然なことから $M_0 = 1$ とすることで，

$$\lambda_A = \frac{\int_0^\tau \delta_{0,s}^A ds}{W_0^A}$$

を得る．他の経済主体についても同様にして $\lambda_B = \frac{\int_0^\tau \delta_{0,s}^B ds}{W_0^B}$，$\lambda_C = \frac{\int_0^\tau \delta_{0,s}^C ds}{W_0^C}$ となる．
（証明終わり）

7.2. 命題２の証明

Duffie and Zame（1989）における定理１を適用し命題１を利用することで債券および賦存請求権の均衡価格が次のように得られる．

$$\begin{aligned}
B_{t,s} &= E_t\left[\frac{M_s}{M_t}\right] \\
&= E_t\left[\frac{D_s^{-1}\left(\Lambda_A\delta_{0,s}^A + \Lambda_B\delta_{0,s}^B + \Lambda_C\xi_s\delta_{0,s}^C\right)}{D_t^{-1}\left(\Lambda_A\delta_{0,t}^A + \Lambda_B\delta_{0,t}^B + \Lambda_C\xi_t\delta_{0,t}^C\right)}\right] \\
&= \frac{\Lambda_A\delta_{0,t}^A}{\left(\Lambda_A\delta_{0,t}^A + \Lambda_B\delta_{0,t}^B + \Lambda_C\xi_t\delta_{0,t}^C\right)} \times E_t\left[\frac{D_s^{-1}\delta_{t,s}^A}{D_t^{-1}}\right] \\
&\quad + \frac{\Lambda_B\delta_{0,t}^B}{\left(\Lambda_A\delta_{0,t}^A + \Lambda_B\delta_{0,t}^B + \Lambda_C\xi_t\delta_{0,t}^C\right)} \times E_t\left[\frac{D_s^{-1}\delta_{t,s}^B}{D_t^{-1}}\right] \\
&\quad + \frac{\Lambda_C\xi_t\delta_{0,t}^C}{\left(\Lambda_A\delta_{0,t}^A + \Lambda_B\delta_{0,t}^B + \Lambda_C\xi_t\delta_{0,t}^C\right)} \times E_t\left[\frac{D_s^{-1}\xi_s\delta_{t,s}^C}{D_t^{-1}\xi_t}\right]
\end{aligned}$$

前節の各同質経済における市場均衡価格および θ_t^i の定義により変形することで（16）を得る．賦存請求権についても同様にして，

$$\begin{aligned}
S_t &= E_t\left[\int_t^\tau D_s\frac{M_s}{M_t}ds\right] \\
&= \frac{E_t\left[\int_t^\tau D_s D_s^{-1}\left(\Lambda_A\delta_{0,s}^A + \Lambda_B\delta_{0,s}^B + \Lambda_C\xi_s\delta_{0,s}^C\right)ds\right]}{D_t^{-1}\left(\Lambda_A\delta_{0,t}^A + \Lambda_B\delta_{0,t}^B + \Lambda_C\xi_t\delta_{0,t}^C\right)} \\
&= D_t\frac{E_t\left[\int_t^\tau \Lambda_A\delta_{0,s}^A + \Lambda_B\delta_{0,s}^B + \Lambda_C\xi_s\delta_{0,s}^C ds\right]}{\Lambda_A\delta_{0,t}^A + \Lambda_B\delta_{0,t}^B + \Lambda_C\xi_t\delta_{0,t}^C} \\
&= \frac{\Lambda_A\delta_{0,t}^A}{\Lambda_A\delta_{0,t}^A + \Lambda_B\delta_{0,t}^B + \Lambda_C\xi_t\delta_{0,t}^C} \times D_t\int_t^\tau \delta_{t,s}^A ds \\
&\quad + \frac{\Lambda_B\delta_{0,t}^B}{\Lambda_A\delta_{0,t}^A + \Lambda_B\delta_{0,t}^B + \Lambda_C\xi_t\delta_{0,t}^C} \times D_t\int_t^\tau \delta_{t,s}^B ds \\
&\quad + \frac{\Lambda_C E_t[\xi_s]\delta_{0,t}^C}{\Lambda_A\delta_{0,t}^A + \Lambda_B\delta_{0,t}^B + \Lambda_C\xi_t\delta_{0,t}^C} \times D_t\int_t^\tau \delta_{t,s}^C ds
\end{aligned}$$

となる．$E_t[\xi_s] = \xi_t$ を代入し，各同質経済における市場均衡価格および θ_t の定義により（17）を得る．
（証明終わり）

7.3.　経済主体の資産比率

経済主体Cの資産は

$$W_t^C = E_t\left[\int_t^\tau c_s^C \frac{M_s}{M_t} ds\right]$$

で表されるが，最適化問題の条件として $c_s^C = \frac{\delta_{0,s}^C \xi_s \Lambda_C}{M_s}$ が成り立つことからこれを代入し命題 1 におけるプライシングカーネルの表現を利用すれば

$$\begin{aligned} W_t^C &= E_t\left[\int_t^\tau \frac{\delta_{0,s}^C \xi_s \Lambda_C}{M_t} ds\right] \\ &= D_t \frac{\int_t^\tau \delta_{0,s}^C E_t[\xi_s] \Lambda_C ds}{\Lambda_A \delta_{0,t}^A + \Lambda_B \delta_{0,t}^B + \Lambda_C \xi_t \delta_{0,t}^C} \\ &= D_t \frac{\int_t^\tau \delta_{0,s}^C \xi_t \Lambda_C ds}{\Lambda_A \delta_{0,t}^A + \Lambda_B \delta_{0,t}^B + \Lambda_C \xi_t \delta_{0,t}^C} \end{aligned}$$

となる．同様に経済主体A，Bの資産を求め合計することにより経済全体の資産は

$$\begin{aligned} W_t &= S_t \\ &= D_t \frac{\int_t^\tau \Lambda_A \delta_{0,s}^A + \Lambda_B \delta_{0,s}^B + \Lambda_C \xi_t \delta_{0,s}^C ds}{\Lambda_A \delta_{0,t}^A + \Lambda_B \delta_{0,t}^B + \Lambda_C \xi_t \delta_{0,t}^C} \end{aligned}$$

となる．これにより経済主体Cの資産の構成比率は次のように表される．

$$\eta_t^C = \frac{\int_t^\tau \delta_{0,s}^C \xi_t \Lambda_C ds}{\int_t^\tau \Lambda_A \delta_{0,s}^A + \Lambda_B \delta_{0,s}^B + \Lambda_C \xi_t \delta_{0,s}^C ds} \tag{34}$$

経済主体AおよびBの資産比率も同様の手続きにて次のように与えられる．

$$\begin{aligned} \eta_t^A &= \frac{\int_t^\tau \delta_{0,s}^A \Lambda_A ds}{\int_t^\tau \Lambda_A \delta_{0,s}^A + \Lambda_B \delta_{0,s}^B + \Lambda_C \xi_t \delta_{0,s}^C ds} \\ \eta_t^B &= \frac{\int_t^\tau \delta_{0,s}^B \Lambda_B ds}{\int_t^\tau \Lambda_A \delta_{0,s}^A + \Lambda_B \delta_{0,s}^B + \Lambda_C \xi_t \delta_{0,s}^C ds} \end{aligned} \tag{35}$$

伊藤の補題を適用することで資産の構成比率の確率微分方程式は次のように得られる．

$$
\begin{aligned}
d\eta_t^A &= \left[\frac{(\eta_t^A-\theta_t^A)Dt}{W_t}+\eta_t^A(\eta_t^C)^2\left(\frac{\kappa\nu_t}{\sigma_\mu}\right)^2\right]dt-\eta_t^A\eta_t^C\left(\frac{\kappa\nu_t}{\sigma_\mu}\right)dZ_t^\mu \\
d\eta_t^B &= \left[\frac{(\eta_t^B-\theta_t^B)Dt}{W_t}+\eta_t^B(\eta_t^C)^2\left(\frac{\kappa\nu_t}{\sigma_\mu}\right)^2\right]dt-\eta_t^B\eta_t^C\left(\frac{\kappa\nu_t}{\sigma_\mu}\right)dZ_t^\mu \\
d\eta_t^C &= \left[\frac{(\eta_t^C-\theta_t^C)Dt}{W_t}+(1-\eta_t^C)(\eta_t^C)^2\left(\frac{\kappa\nu_t}{\sigma_\mu}\right)^2\right]dt+(1-\eta_t^C)\eta_t^C\left(\frac{\kappa\nu_t}{\sigma_\mu}\right)dZ_t^\mu
\end{aligned}
$$

確定項において，第１項の分数の分母が賦存請求権の価値でもある経済全体の総資産，分子がその経済主体の今期の所得と消費の差となっている．すなわちその経済主体の消費に関する時間選好に応じて消費が所得を上回ったり下回ったりしておりその都度賦存請求権等がリバランスされ経済主体間の資産の相対比率が変化している．時間選好率が時間を通じて一定で経済主体間で一致している場合にはこの項はなくなる．各経済主体の資産比率は債券や賦存請求権の価格に直接関係しないが，今述べた消費の時間選好に基づく資産取引や長期における経済主体の絶滅可能性を議論する際に有用となる．

参　考　文　献

Cox, J., J. E. Ingersoll, and S. A. Ross., 1981, A reexamination of taraditional hypothesis about the term structure of interest rates, *Journal of Finance*, 36, 769–799.

Culbertson, J. 1957, The Term Structure of Interest Rates, *Quartely Journal of Economics*, 71, 485–517.

Dai, Q., and Singleton, K.（2002）Expectation puzzles, time-varying risk premia, and affine models of the term structure, *Journal of Financial Economics*, 63, 415–441.

Dai, Q., and Singleton, K.（2004）Term Structure Dynamics in Theory and Reality, *Review of Financial Studies* 16, 631–678.

Duffee, G. R.（2002）Term Premia and Interest Rate Forecasts in Affine Models, *Journal of Finance*, 57, 406–443.

Duffie, D., and Zame, W., 1989, The consumption-based capital asset pricing model, *Econo- metrica*, 57, 1279–1297.

Goldstein, R., and Zapatero, F.（1996）General Equilibrium with Constant Relative Risk Aversion and Vasicek Interest rates, *Mathematical Finance*, 6, 331–340.

Kogan, L,, S.Ross, J.Wang, and M. Westerfield（2006）: "The Price Impact and Survivsl of Irrational Traders," *Journal of Finance*, 61, 195–229.

Modigliani, F., and R. Sutti, 1966, "Innovations in Interest Rate Policy," *American Economic Review*, 56, 178–197.

Vasicek,O., 1977, An Equilibrium Characterization of the Term Structure, *Journal of Finan- cial Economics* 5, 177–188.

Vayanos, D., and J. L. Vila., 2021, "A Preferred-Habitat Model of the Term Structure of Interest Rates," *Econometorica* 89, 77–112.

〔もりた　ひろし　横浜国立大学大学院国際社会科学研究院教授〕

〔2023年９月11日受理〕