

## ロード・プライシング理論とゲーム理論<sup>\*)</sup>

白 井 功

### 1. はじめに

自動車を利用した輸送、通勤、行楽などから得られる便益（あるいはそれらのために要する費用）は道路の混雑の程度に大きく依存している。そして、道路の混雑は、ある人がある道路をある時刻に利用するという意思決定をしたとき、その人と同じ道路を同じ時刻に利用するという意思決定をする人がある限度を超えたときに発生するので、混雑が生じている道路交通はゲーム的状况にあると言える。したがって、道路交通混雑の問題に対してゲーム理論的にアプローチすることが可能であり、またそうする必要があると考えられる。特に、当該道路を利用するか否かだけでなく、出発時刻も決定変数であり、互いに他の通勤者の自宅からの出発時刻を所与として自己の出発時刻を決定すると定式化されるボトルネック混雑モデルに対してはそうである。事実、Arnott, de Palma and Lindsey（以下、ADLと略記する）(1993)とVerheef(1999)は、ボトルネック混雑モデルにおける無料金均衡および混雑料金を課せられたときの分権的均衡は、すべての通勤者の総トリップ費用が等しくなっているので、他の全ての通勤者が出発時刻を変更しないとき自分だけが出発時刻を変更する誘因がない状態、すなわちすべての通勤者にとって自己の出発時刻が互いに他の通勤者の出発時刻に対して最適になっている状態、すなわちナッシュ均衡ととらえ、その均衡は、前者は純戦略によって、後者は混合戦略によって実現すると主張している。拙著（2007）では両者の主張が相反していることに鑑み、後者の主張について検討し、最も単純なケースにおいては成立しないことを示した。しかし、より複雑なケースについては検討しなかったし、前者の主張については全く検討しなかった。そこで小論ではこれらの未検討の問題について検討する。

上記の他にもゲーム理論によってアプローチされる道路混雑問題がある。それは道路の交通混雑は社会的ジレンマであるかという問題である。ここに社会的ジレンマとは、各人にとっては個人的な利益を最大化することがより有利であるが、しかし全員がそうすると、全員が全体的な利益の最大化を選択する場合より全員が悪化する、ということであり、囚人のジレンマ（Prisoners' Dilemma、以下ではPDと略記する）あるいは「共有地の悲劇」は典型的な社会的

<sup>\*)</sup> 小論は白井他（2008）〔財団法人道路経済研究所（会長：御手洗富士夫日本経済団体連合会会長）自主研究「道路経済学の研究」部会（主査：筆者）2007年度報告書〕の筆者担当部分の一部を書き直したものである。

ジレンマの例である。自動車の場合も利便性や快適性という個人的な利益を最大化する手段として全員がそれを選択すると、交通混雑が発生して、全員が全体的な利益の最大化を選択する場合より全員が悪化するとすれば、PDに陥り、社会的ジレンマが引き起こされることになる。PDは、それが繰り返される場合には、フォーク定理の示すようにトリガー戦略やオウム返し戦略などによってナッシュ均衡が達成される可能性があるが、それはプレイヤーの数が少ない場合であり、道路利用者のようにプレイヤー数が多くなるとそれは困難になる。しかしPDであるかどうかはテストされたことがないので、テストの結果PDでないことが分かれば、道路混雑に対してPDに対するのとは異なった対処法も可能である。小論では道路の交通混雑がPDであるか否かをテストしたJoshi, Joshi and Lamb (以下ではJJLと略記する) (2005) の研究を紹介する。小論の構成は次の通りである。まず、2章でボトルネック混雑モデルにおける均衡の性質について述べ、3章でADL (1993) の主張についてBen-Akiva, de Palma and Kanaroglou (1986) のモデルに基づいて検討し、4章ではVerheef (1999) の主張が複雑なケースについても成り立つかどうか検討する。そして5章ではJJLの研究について紹介し、6章で結論を述べる。

## 2. ボトルネック混雑モデルにおける均衡

### 2.1 ボトルネック混雑モデルの特徴

ロード・プライシング理論を展開するための道路交通混雑の経済モデルは、混雑を引き起こす原因の捉え方によって、フロー混雑モデルとボトルネック混雑モデルに大別される。前者のフロー混雑モデルが混雑を引き起こす原因を道路に多数の車が同時に流入することに求め、道路上にボトルネックが存在しなくても混雑は起こるとするのに対して、後者のボトルネック混雑モデルは混雑の原因を道路上に何等かのボトルネックが存在することに求める。このボトルネック混雑モデルはVickrey (1969) を嚆矢とするが、そのモデルは操作可能と言えるモデルではなかった。そこで、ADL (1988, 1990, 1993, 1998) は、交通工学やオペレーションズ・リサーチの分野で蓄積されていた交通混雑に関する研究 (例えばHendrickson and Kocur (1981), de Palma, Ben-Akiva, Lefèvre and Litinas (1983), Ben-Akiva, Cyna and de Palma (1984), Ben-Akiva, de Palma and Kanaroglou (1986), Newell (1988) など) に基づいてボトルネック混雑の基本モデルを構築した。この基本モデルはしばしばADLモデルと呼ばれる。

ADLモデルの特徴を述べると次のようになる:道路利用者(具体的には毎朝の自動車通勤者)は望ましい(職場への)到着時刻(具体的には始業時刻)を持っているが、道路にはボトルネックによる制約があるために、全員がその時刻に到着することはできない。このとき、各通勤者は道路利用に伴う金銭的費用と時間費用の他に、自宅を早く出発したために職場に早く着いてしまい始業時刻まで無為に過ぎさなければならないという早着費用か、あるいは遅く出発したために遅刻というペナルティを受ける遅着費用を被らざる得なくなる(この早着費用と遅着費用はまとめてスケジュール遅延費用と呼ばれる)。そこで各通勤者は上記の金銭的費用と時間費用とスケジュール遅延費用との和である総トリップ費用を最小化するように最適な(自宅からの)出発時刻を決定する。このとき成立する通勤者間の均衡(無料金均衡)が上述の特徴を持つナッシュ均衡である。

この無料金均衡においては最初と最後の出発者を除いて待ち時間はゼロではない。この待ち時間は何も生み出さず、空費されるだけであるので、言わば、死荷重損失である。この死荷重

損失の存在は、無料金均衡が社会的最適ではないことを示す。社会的最適は待ち時間の価値に等しい混雑料金を課すことによって分権的に達成される。何故なら、このとき、全ての運転者の総トリップ費用は変わらないが、徴収された混雑料金は道路の建設、補修、公共交通の整備などに使えるからである。

## 2.2 ボトルネック混雑モデルにおける均衡の性質

ADL (1993) は如上のボトルネック混雑モデルにおける均衡の性質について次のように述べる：

各個人はいつ自宅を出発するか決定する。そうするとき、彼女は旅行時間、スケジュール遅延および料金をトレード・オフする。均衡は、他の全ての運転者の出発時刻が固定されているとして彼女の出発時刻を変更することによって彼女の旅行価格を減少させることができないとき得られる。かくして均衡は出発時刻を戦略変数とする純戦略ナッシュ均衡である。このことはこの文脈では自然な均衡概念と思われる。(p.164本文)

この文脈で、純戦略は混合戦略より現実的であると思われる。なぜなら、たいていの個人はルーティン-毎日同じ時刻に自宅を出発する-を好むからである。…Moshe Ben-Akiva et. al (1986) は、均衡でないとき個人が特定の確率的決定ルールに従って彼らの出発時刻を調整する特定の調整過程を通した無料金ナッシュ均衡への収束を証明した。(p.164脚注)

一方、Verhoef (1999) は次のように述べる：

ピーク混雑の動学的モデルにおいて均衡が生じるためには、個々の道路利用者は彼ら全てが期待する均衡を何らかの方法でつくり出せるべきである。ピーク混雑のモデルにおいて、このことは、個人がある特定の出発時刻を選択することによる「純粋戦略」をプレーすると仮定されるならば、協調を要求するであろう。ナッシュ均衡は無数に存在するので、もし私的費用がピークにわたって変わらず、正確な旅行時間が重要でないならば、いかなるメカニズムが別の方法で出発時刻の均衡パターンが起こるのを保証するのか明らかではないであろう。それ故、均衡は出発時刻の確率密度関数を特定化する「混合戦略」があらゆる個人によってプレーされることを要求する。対称ゲームにおいては、全ての個人によって同じ確率密度関数が選択され、それは検討中の候補のナッシュ均衡を実際に生み出す出発時刻に対応するべきである。もし個人の数に十分大きければ、その均衡は実際に起こると期待されるであろう (pp. 366-7)。

このようにナッシュ均衡の実現についてのADLとVerheofの主張は相反している。そこで、次章と次々章において両者の主張について検討しよう。

## 3. ADL (1993) の主張について

本章ではADLモデルの均衡は純戦略ナッシュ均衡であり、Ben-Akiva et. al (1986) は特定の調整過程を通した無料金ナッシュ均衡への収束を証明したとするADLの主張について検討しよう。そのために、まずBen-Akiva et. al (1986) のモデルを見てみよう。

3.1 Ben-Akiva et. alのモデル

Ben-Akiva et. alは地点AとFを結ぶI本の経路からなるネットワークを考察する (図1参照)。各々の旅行者は経路*i*=1, ..., Iと, 地点Aからの出発時刻*t* ∈ [T<sub>0</sub>, T<sub>0</sub> + T]を選択する。ここに, T<sub>0</sub>とT<sub>0</sub> + Tはそれぞれ最早と最遅の地点Aからの出発時刻である。各々の経路*i*=1, ..., Iは, 固定的な旅行時間*t*<sub>1</sub><sup>*i*</sup>, *t*<sub>0</sub><sup>*i*</sup>, *t*<sub>2</sub><sup>*i*</sup>という3つの部分によって表される。各経路の遅延は, 固定的容量*S*<sup>*i*</sup>を持つ単一のボトルネック施設においてのみ起こりうると仮定される。したがって, 待ち行列はボトルネック施設*E*<sup>*i*</sup> (*i*=1, ..., I)の入り口においてのみ生じうることになる。

混雑したシステムでは旅行時間は待ち行列中の車の数に依存する。ω日の時刻*t*に地点Aを出発し, 経路*i*を利用する旅行者の待ち時間を*t*<sub>v</sub><sup>*i*</sup>(*t*, ω)によって表すと, ω日の時刻*t*に地点Aを出発し経路*i*を通るときの地点AからFへの旅行時間は

$$t^i(t, \omega) = t_1^i + t_v^i(t, \omega) + t_0^i + t_2^i$$

である。D<sup>*i*</sup>(*t*, ω)をω日の時刻*t*の入り口*E*<sup>*i*</sup>における待ち行列中の車の数としよう。一定のサービス率を仮定すると, ω日の時刻*t*に地点Aを出発し経路*i*を通るときの待ち時間について

$$t_v^i(t, \omega) = D^i(t + t_1^i, \omega) / S^i$$

を得る。

*r*<sup>*i*</sup>(*t*, ω)を経路*i*を選択する旅行者のω日の時刻*t*における出発率とすると, ω日の時刻*t*におけるボトルネックの入り口*E*<sup>*i*</sup>への到着率は, *t*に入り口*E*<sup>*i*</sup>に到着した旅行者は*t* - *t*<sub>1</sub><sup>*i*</sup>に地点Aを出発しているので, *r*<sup>*i*</sup>(*t* - *t*<sub>1</sub><sup>*i*</sup>, ω)であり, ω日の時刻*t*の*E*<sup>*i*</sup>における車の数の変化率は

$$\frac{\partial D^i(t, \omega)}{\partial t} = \begin{cases} r^i(t - t_1^i, \omega) - s^i & : \text{混雑時} \\ 0 & : \text{非混雑時} \end{cases}$$

である。混雑は待ち行列の長さがゼロでかつ*r*<sup>*i*</sup>(*t* - *t*<sub>1</sub><sup>*i*</sup>, ω) > *s*<sup>*i*</sup>のときは必ず発生し, 待ち行列が消えるときは必ず終わる。

*V*<sup>*i*</sup>(*t*, ω)をω日の時刻*t*に地点Aを出発し経路*i*を通る旅行の観察可能な効用とし, *V*<sup>0</sup>をナル代替案の効用としよう。ナル代替案を選択することは, この文脈では, 例えば他の交通ネットワークを利用することを意味する。*N*を潜在的な旅行者数とする。潜在的旅行者は図2に示される代替案とその階層を持ち, 日ごとの選択は次の3段階をとって行われるとする: 潜在的旅行者は,

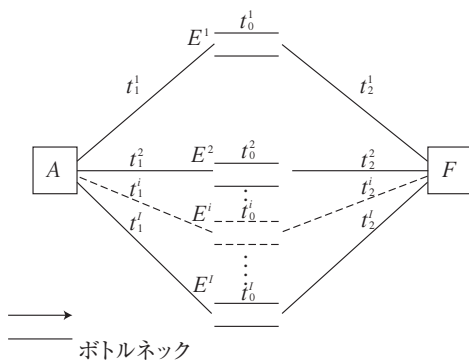


図1 並行したボトルネックを伴うネットワーク

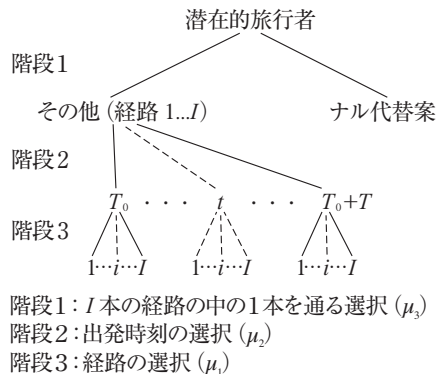


図2 選択モデルの階層的構造

まず  $I$  本の経路の中の 1 本を使う (ナル代替案を選択しない) かどうか決定し (段階 1), 次に出発時刻を決定し (段階 2), 最後に経路を選択する (段階 3) とする.

Ben-Akiva et. alは潜在的旅行者は日ごとにその選択を変更するかも知れないとし, 日ごとの出発率  $r^i(t, \omega)$  の変更は次のネスティッド・ロジットモデルによって叙述されるとする.

$$r^i(t, \omega + 1) = r^i(t, \omega) + R \cdot \left\{ N \frac{\exp[V^i(t, \omega)/\mu_1]}{\exp[V^*(t, \omega)/\mu_1]} \cdot \frac{\exp[V^*(t, \omega)/\mu_2]}{\exp[V^*(*, \omega)/\mu_2]} \cdot \frac{\exp[V^*(*, \omega)/\mu_3]}{\exp[V^*(*, \omega)/\mu_3] + \exp[V_0/\mu_3]} - r^i(t, \omega) \right\} \quad (1)$$

ここに,

$$V^*(t, \omega) = \mu_1 \ln \sum_{j=1}^I \exp[V^j(t, \omega)/\mu_1]$$

$$V^*(*, \omega) = \mu_2 \ln \int_{T_0}^{T_0+T} du \cdot \exp[V^*(u, \omega)/\mu_2]$$

であり,  $R$  (定数) は個人が現在の選択を見直す割合である. また,  $\mu_1(\mu_2, \mu_3)$  は段階 3 (段階 2, 段階 1) に関連するスケールパラメータ (定数) である ( $\mu_3 \geq \mu_2 \geq \mu_1 \geq 0$ ).

$\omega$  日の時刻  $t$  に地点  $A$  を出発し経路  $i$  を通る旅行の効用は, 簡単化のために, 次のように線形である仮定される:  $V^i(t, \omega) = d^i - v \cdot toll^i(t, \omega) - \alpha \cdot tt^i(t, \omega) - SD^i(t, \omega)$

ここに,

- $d^i$ : 経路  $i$  に特有の定数
- $toll^i(t, \omega)$ :  $\omega$  日の時刻  $t$  に出発し経路  $i$  を通る旅行に対する料金
- $SD^i(t, \omega)$ :  $\omega$  日の時刻  $t$  に出発し経路  $i$  を通る旅行のスケジュール遅延の不効用
- $v, \alpha$ : 一定の限界不効用のパラメータ

である.

ここでネスティッド・ロジットモデルに基づくとされる式 (1) の意味について考えてみよう. まず式 (1) の右辺の  $\{ \}$  内の

$$\frac{\exp[V^*(*, \omega)/\mu_3]}{\exp[V^*(*, \omega)/\mu_3] + \exp[V_0/\mu_3]} \quad (2)$$

の意味について考えてみよう. 一般に交通方法に関する 2 つの代替案  $p$  と  $q$  があり, それぞれの効用はランダムで, 前者のそれは  $V_p + \epsilon_p$  ( $V_p$  は代替案  $p$  の所要時間や費用などによって説明される効用,  $\epsilon_p$  はそれ以外による誤差項), 後者のそれは  $V_q + \epsilon_q$  であるとする. このとき, 代替案  $p$  が選択される確率  $P(p)$  はある仮定の下で

$$P(p) = \frac{1}{1 + \exp\{-\mu(V_p - V_q)\}} = \frac{\exp \mu V_p}{\exp \mu V_p + \exp \mu V_q}$$

となる ( $\mu$  はスケールパラメータ). この式を用いるモデルはロジットモデルと呼ばれる.

以上より, 代替案  $p$  を段階 1 で  $I$  本のルートの中の 1 本を使うという代替案, 代替案  $q$  をナル代替案とすると, 式 (2) は  $\omega$  日に前者が選択される確率を表す.

次に, 式 (1) の右辺の  $\{ \}$  内の

$$\frac{\exp[V^*(t, \omega)/\mu_2]}{\exp[V^*(*, \omega)/\mu_2]} \cdot \frac{\exp[V^*(*, \omega)/\mu_3]}{\exp[V^*(*, \omega)/\mu_3] + \exp[V_0/\mu_3]} \quad (3)$$

の意味について考えてみよう。ω日の段階2における出発時刻*t*の選択は段階1で*I*本の経路の中の1本を使うと決定されるという条件の下でなされる。したがってω日に出発時刻*t*が選択される確率は、*I*本の経路の中の1本を使うという条件の下で出発時刻*t*が選択される条件付確率  $\exp[V^*(t, \omega)/\mu_2]/\exp[V^*(*, \omega)/\mu_2]$  と *I*本の経路の中の1本を使うことが選択される確率 (1) との積で表される。式 (3) はこのことを示すネスティッド・ロジットモデルの式形である。

同様にすると、

$$N \frac{\exp[V^i(t, \omega)/\mu_1]}{\exp[V^*(t, \omega)/\mu_1]} \cdot \frac{\exp[V^*(t, \omega)/\mu_2]}{\exp[V^*(*, \omega)/\mu_2]} \cdot \frac{\exp[V^*(*, \omega)/\mu_3]}{\exp[V^*(*, \omega)/\mu_3] + \exp[V_0/\mu_3]} \quad (4)$$

は、ω日の段階1で*I*本の経路の中の1本を使うことを選択し、かつ、段階2で出発時刻*t*を選択するという条件の下で、段階3で経路*i*を選択する人数、すなわち経路*i*を通る旅行者のω日の時刻*t*における出発率である。この出発率は合理的選択を前提とするネスティッド・ロジットモデルに基づくものである。それは旅行者が合理的選択を行うときの出発率と考えられる。式 (1) の {} 内はそれと実際の出発率の差であり、式 (1) はその一定割合*R*だけ調整されることを示している。

さて、式 (1) の構造は複雑なので、標準的な技術を利用してシステムの一意性と安定性を決定することは困難である。そこでBen-Akiva et. al (1986) はシミュレーションによって異なる初期条件から同じ定常状態を導き、式 (1) には一意の定常状態が存在することを示唆した。

彼らは次のような主要な手続きに従って式 (1) のシミュレーションを行った：①式 (1) における出発時刻の選択もまた離散的とするために、時間間隔 $[T_0, T_0+T]$ を長さ*h*の等しい時間間隔に分割し、それに対応させて式 (1) を変形する、②モデルのパラメータと、ω=0日の出発率と*T*<sub>0</sub>での待ち行列の長さによって与えられる初期条件を特定化する、③1日に対応する繰り返しの過程に入る、④研究期間の最後の特定化された日に到達するか、あるいは収束が生じたならば終了する。

彼らのシミュレーションにおけるネットワークは容量が8000台/時間の経路1と3000台/時間の経路2という二つの並行な経路からなる。また彼らがベース・ケースとしてシミュレーションを行った際の見直し率*R*の値は0.2である。これは、毎日、個人の20%が旅行の選択を見直すことを意味する。また彼らはベース・ケースの他にも、スケールパラメータ、到着時間の柔軟性、混雑税などについて感度分析を行い、すべての場合に交通フローは急速に新しい均衡に収束したとする。

### 3.2 Ben-Akiva et. alのモデルとADLの主張

前節では、ADL (1993) がBen-Akiva et. al (1986) は特定の調整過程を通した無料金ナッシュ均衡への収束を証明したと述べていることに鑑み、Ben-Akiva et. al (1986) のモデルを紹介した。特定の調整過程を表す式は (2) であるが、それは、旅行者が3段階のすべてにおいて合理的選択を行ったとしたときの、経路*i*を通るω日の時刻*t*における地点*A*からの出発率と、シミュ

レーションの過程で得られた出発率との差の一定割合  $R$  だけ調整されることを示している。この調整はコンピュータ上のシミュレーションでは可能であるが、個々の旅行者が、3段階のすべてにおいて合理的選択が行われたとしたときの、経路  $i$  を通る  $\omega$  日の時刻  $t$  における地点  $A$  からの出発率と、その実際の出発率を知ることができ、かつ全旅行者に共通のある一定の調整率で調整する必要があることを知っているとしても、その調整を分権的に行おうとすると、次のような困難が伴う：① 共通の調整率 ( $R$ ) の大きさを知ることができない、②  $R$  の大きさを知ることができたとしても、自分が毎朝調整を行う  $R$  の中の一員になるべきかどうかを決定できない (なお、この決定を、調整する確率を  $R$ 、調整しない確率を  $1-R$  とする何等かの確率機構に従ってどちらの戦略をとるか決定する、という混合戦略による決定も考えられるが、これは現実的とは言えないと思われる)。

以上より、Ben-Akiva et. al のシミュレーションにおける調整過程は現実的ではないので、ADL (1993) の主張のように、Ben-Akiva et. al (1986) が純戦略ナッシュ均衡への収束を証明したとは言えないと思われる。

#### 4. Verhoef (1999) の主張について

既述のように、Verhoef (1999) はボトルネック混雑モデルにおける均衡は混合戦略によって実現すると主張した。本章ではその主張が成り立つかどうか検討しよう。

##### 4.1 2人ゲーム

拙著 (2007) では簡単なゲームを用いて上述の Verhoef の主張について考察してみた。用いたゲームは次のゲームである：プレイヤーは通勤者 1 と 2 の 2 人、各プレイヤーの戦略は早く出発する (早出) と遅く出発する (遅出) の 2 つであり、各プレイヤーの利得は 2 人とも早出あるいは遅出のときは混雑が発生するので 1、一方が早出で他方が遅出のときは混雑が発生せず 2 であるというゲームである。このゲームの利得表は表 1 のようになる。

表 1 2人ゲームの利得表

	2	早出	遅出
1	早出	1, 1	2, 2
	遅出	2, 2	1, 1

このゲームのナッシュ均衡は純戦略による均衡である (早出, 遅出), (遅出, 早出) と、早出と遅出にそれぞれ  $1/2$  の確率を付した混合戦略による均衡の 3 個である (ナッシュ均衡の求め方については鈴木 (1994) 第 3 章, 岡田 (1996) 第 3 章, 白井他 (2008) 第 5 章など参照)。Verhoef の主張のように各通勤者が混合戦略をとったときに実現するのは第 3 の混合戦略均衡であって、(早出, 遅出) あるいは (遅出, 早出) という純戦略による均衡は実現しない。したがって、プレイヤー数も戦略数も 2 という場合には Verhoef の主張は成り立たないと思われる。しかし、上述の Verhoef の引用の最後に「個人の数に十分に大きければ、その均衡は実際に起こると期待されるであろう」とあるので、次節ではプレイヤー数を  $N$  としたゲームを考えてみよう。なお、純戦略による均衡時に得られる利得の組 (2, 2) はパレート最適であるが、混合戦略による均衡時に得られる利得の組は (1.5, 1.5) で、パレート最適ではない。

#### 4.2 N人ゲーム

N人の自家用車を利用する通勤者がいて、自宅を早出するか遅出するかを選択に直面しているとする。次の仮定をおく：

- 1) 通勤者の目的は効用最大化であり、すべての通勤者の効用関数の形は同じである。
- 2) 早出しても遅出しても金銭的費用は変わらない。
- 3) 道路利用時の道路の混雑は不効用をもたらす。
- 4) もし混雑が問題にならなければ、早出しても遅出しても同じ効用を得られる。

記号を次のように定める：

$$x = \begin{cases} 1: \text{早出する} \\ 0: \text{遅出する} \end{cases}$$

$c$ ：道路の混雑度、全通勤者の中で同時刻に当該道路を利用する通勤者の割合で測られるとする。また、 $N$ は十分に大きいので、 $c$ は連続変数で近似できるとする。

以上の仮定と記号の下では、通勤者の効用関数は  $U = U(x, c)$  ( $\frac{\partial U}{\partial c} < 0$ ) と表され、通勤者の行動は、 $c$ が与えられたとき

$$\max U = U(x, c) \quad \text{s. to } x = 1, 0$$

と定式化される。早出したときの混雑度を  $c = p$  ( $0 \leq p \leq 1$ )、遅出したときの混雑度を  $c = q$  ( $0 \leq q \leq 1$ ) とし ( $p + q = 1$ )、簡単化のために、早出したときの効用を  $u_E(p)$ 、遅出したときの効用を  $u_L(q)$  で表す ( $du_E(p)/dp < 0, du_L(q)/dq < 0$ )。

さて、 $p \approx 0$  ( $q \approx 1$ ) のときは、早出すれば混雑には全くあわず、遅出すれば大混雑にあうので、 $u_E(p) > u_L(q)$ 、 $p \approx 1$  ( $q \approx 0$ ) のときは、早出すれば大混雑にあい、遅出すれば混雑には全くあわないので、 $u_E(p) < u_L(q)$  である。ここで、効用関数の混雑度  $p, q$  に関する連続性を仮定し、 $p$  を 0 から連続的に増加させる ( $q$  を 1 から連続的に減少させる) と、 $p$  が 1 ( $q$  が 0) になる前に早出と遅出の効用は逆転し、逆転する直前で両者は等しくなる。このときの  $p$  を  $p^*$ 、 $q$  を  $q^*$  とすると、

$$u_E(p^*) = u_L(q^*) \quad (5)$$

である。

このときナッシュ均衡が成立している。何故なら、いま早出（遅出）を選択している人の中の1人だけが遅出（早出）に変えるとその人の効用は下がるので、他の人が選択している出発時刻を変更しないとき、1人だけが出発時刻を変更する誘因が存在しないからである。

このナッシュ均衡は、各通勤者が早出（遅出）の確率を  $p^*$  ( $q^*$ ) とした混合戦略 ( $p^*, q^*$ ) をとり、何等かの確率機構に従って早出するか、遅出するか決めるとすれば、 $N$  が十分大きいとき、大数の法則によって実現すると考えられる。以上が、Verhoef (1999) の「個人の数が十分に大きければ、その均衡は実際に起こると期待されるであろう」の意味することであるとされる。

以上、本章の検討より、プレイヤー数と戦略数がともに2のときはVerhoefの主張は成り立たないが、戦略数が2でプレイヤー数が十分大きいときはVerhoefの主張が成り立つことが分かった。しかし、現実には戦略数は2ではなく、ラッシュアワーの持続時間が例えば1時間であるとき、通勤者が分単位で出発時刻を決定するとすれば戦略数は60、秒単位で決定するとす



れば3,600である。一方、プレイヤー数は各種の数値例やシミュレーションでは数千が現実的と考えられている。したがって、純戦略によるナッシュ均衡は無数に近く存在すると考えられる。一方、混合戦略によるナッシュ均衡は存在しないか、1個存在するか、複数個存在するかのいずれかである。混合戦略によるナッシュ均衡が存在しないときは、各通勤者はその混合戦略に対応する確率分布を持つ何等かの確率機構を定めることができないので、確率機構に従って出発時刻を決定することはできず、1個存在するときは、各通勤者はその混合戦略に対応する確率分布を持つ何等かの確率機構に従って出発時刻を決定することはできるが、戦略数に較べてプレイヤー数が十分に大きいわけではないので大数の法則は働かない。また、複数個存在するときは、各通勤者はナッシュ均衡に対応する確率分布を分権的に一意に決定することはできないので、各通勤者が異なった確率分布を生じさせる確率機構に従って出発時刻を決定することになる。このとき、大数の法則が働くとしても、いかなるナッシュ均衡も実現しないと考えられる。したがって、プレイヤー数と戦略数が現実的な数のときはVerhoef (1999) の主張は成り立ちそうにないと言えると思われる。

以上、前章と本章の検討より、個々の通勤者が具体的な出発時刻をどのように決定すればナッシュ均衡が実現するのかという問題、言い換えればボトルネック混雑モデルをミクロ的に基礎づけるという問題は未解決であると思われる。また、各通勤者が毎朝何等かの確率機構に従って意思決定を行っているとは考えられないので、上述のメカニズムは非現実的であるということもできる。

## 5. 交通混雑は社会的ジレンマか

本章では、都市の交通混雑や汚染の問題が $n$ 人囚人のジレンマゲーム、あるいは「共有地の悲劇」すなわち社会的ジレンマの例と見ることができるか否かをテストしたJJLの研究を解説を交えて紹介する。

### 5.1 記号

記号が次のように定められる。

$C$  : 協力,  $D$  : 裏切り,

$n$  : プレイヤー数 (ゲームによって異なりうる),

$x$  : その個人を除いた裏切る人々の数 ( $0 \leq x \leq n-1$ ),

特に任意のプレイヤーに対して,

$C(x)$  : 他の $x$ 人が裏切ったときの協力による利得,

$D(x)$  : 他の $x$ 人が裏切ったときの裏切りによる利得.

したがって $n$ 人のプレイヤーがすべて協力したとき各々が得る利得は $C(0)$ ,  $n$ 人のプレイヤーがすべて裏切ったとき各々が得る利得は $D(n-1)$ で、これが現状 (status quo, SQ) である。

### 5.2 方法

JJLは、交通の状況がPDであるという仮説を検定するためには、分かり易く、もっともらしく、かつPDの状況をよく表している選択肢間の選好を述べてもらうように依頼することが必要であるとして、次のような方法をとる： $n$ 人PDは多くの結果 (outcome) を持っているが、回答者

には2人PDの結果に対応し、かつ回答者にとって分かり易く、疑問の余地が生じないように考慮された $n$ 人PDの4つの結果に対して順位付けを行うように依頼した。4つの結果とは：①くじによって、あなたと他の数人は運転する／他のほとんどの人は運転しない、と決定される $-D(z)$ 、②完全禁止 $-C(0)$ 、③現状のまま、すなわち、あなたと他のあらゆる人が運転を許される $-D(n-1)$ 、④くじによって、あなたと他のほとんどの人は運転しない／数人は運転する、と決定される $-C(z)$ 。

以上のシナリオは単純な原型とは若干異なっているが、 $n$ 人PDの仮定、すなわち、人々は勝者になることを望み、相互裏切りより相互協力を好み、敗者にはなることは望まない、は侵害していない。

JJLの研究の方法を述べると：1998年5月のウィークデイにオックスフォードの商店街で1000人にインタビューした。車の所有者は1000人中587人であった。車の所有者に、3つのペアの代替案を示し、各々のペアでどちらの代替案を好むか聞いた。サンプルの48%が男性で、52%が女性だった。年齢の範囲は18-70歳であり、48%が35歳以下であった。

### 5.3 結果

車の所有者ですべての質問に答えた551人の選好順序についての回答をまとめると表2のようになる。主な結果は：①グループ1～4で回答の93%が占められる。②グループ1 ( $n=264$ )の選択順序は、完全禁止に対する熱意と、他人が運転を続けるならば、運転をあきらめるのは好まないことを示唆する。③囚人のジレンマの順序、すなわち、 $D(z) > C(0)$ 、 $C(0) > D(n-1)$ 、 $D(n-1) > C(z)$  は551人の回答者中わずかに12人であった。この結果は市街地の交通はPDという説明と矛盾する。

表2 回答者の選択

選択 グループ	選択1 $D(z)/C(0)$	選択2 $C(0)/D(n-1)$	選択3 $D(n-1)/C(z)$	$n$	%	名称
1	$C(0) > D(z)$	$C(0) > D(n-1)$	$D(n-1) > C(z)$	264	47.9	信頼
2	$C(0) > D(z)$	$C(0) > D(n-1)$	$C(z) > D(n-1)$	128	23.2	環境主義者
3	$C(0) > D(z)$	$D(n-1) > C(0)$	$D(n-1) > C(z)$	77	14.0	グループ3
4	$D(z) > C(0)$	$D(n-1) > C(0)$	$D(n-1) > C(z)$	43	7.8	傾倒した運転者
5	$D(z) > C(0)$	$C(0) > D(n-1)$	$D(n-1) > C(z)$	12	2.2	PD
6	$C(0) > D(z)$	$D(n-1) > C(0)$	$C(z) > D(n-1)$	10	1.8	グループ6
7	$D(z) > C(0)$	$C(0) > D(n-1)$	$C(z) > D(n-1)$	10	1.8	弱虫／指導者／男女の戦い
8	$D(z) > C(0)$	$D(n-1) > C(0)$	$C(z) > D(n-1)$	7	1.3	グループ8
全体	479/72 87%/13% $C(0)/D(z)$	414/137 75%/25% $C(0)/D(n-1)$	414/137 75%/25% $D(n-1)/C(z)$	551		

### 5.4 結果のゲーム理論的意味

さて、表の各グループには、例えばグループ1は信頼あるいは安心 (Assurance)、グループ5にはPD、グループ7には弱虫 (Chicken) / 指導者 (Leader) / 男女の戦い (Battle of the Sexes) という名称 (designation) がつけられている。これらはいずれもゲームの名称であるが、JJLにはその詳しい説明がないので、ここで、 $n$ 人ゲームを2人ゲームに置き換えてその意味に

ついて考えてみよう.

$n$ 人ゲームを2人ゲームに置き換えるために、プレイヤー1 (表側のプレイヤー) を自分、プレイヤー2 (表頭のプレイヤー) をすべての運転者が同じ戦略をとるときは自分以外の代表的運転者、すべての運転者が同じ戦略をとるとは限らないときは自分とくじの勝ち負けが異なる代表的運転者とし、各プレイヤーの戦略を  $C$  (協力する, すなわち運転しない),  $D$  (裏切る, すなわち運転する) としよう. このとき、利得表は表3のようになる.

表3  $n$ 人ゲームの2人ゲーム化

$i \backslash 2$	$C$	$D$
$C$	$C(0), C(0)$	$C(z), D(z)$
$D$	$D(z), C(z)$	$D(n-1), D(n-1)$

まずグループ1について考えよう. まず、グループ1の運転者の選好順序に基づいて (純戦略による) ナッシュ均衡を求めてみよう. プレイヤー2が  $C$  をとったとき、グループ1の運転者の選好順序は  $C(0) > D(z)$  であるので、プレイヤー1の最適反応戦略は  $C$  である. そこで、この最適反応戦略に対応する利得  $C(0)$  に下線を付しておく. 同様にして他の最適反応戦略に対応する利得に下線を付すと表4のようになるので、(純戦略による) ナッシュ均衡は  $(C, C)$  と  $(D, D)$  である (ナッシュ均衡はこれらの他に混合戦略によるものが1組存在する).

ナッシュ均衡  $(C, C)$  の意味は相手が  $C$  をとる (協力する, すなわち運転しない) ときは自分も  $C$  をとるということであり、ナッシュ均衡  $(D, D)$  の意味は相手が  $D$  (裏切る, すなわち運転する) ときは自分も  $D$  をとるということである. ここで、相手が  $C$  をとるとすることは、相手が自分に協力するとすることであるので、相手を信頼していると見ることができ、相手が  $D$  をとるとすることは、相手が自分を裏切るとすることであるので、相手を信頼していないと見るができる. このように見るとき、ナッシュ均衡では相手が信頼できるときは自分も相手を信頼して協力し、相手が信頼できないときは自分も相手を信頼せず裏切ると見るができる. このとき、このゲームは Assurance Game (AG, 信頼ゲームあるいは安心ゲームと訳される. 以下では信頼ゲームを用いる) と呼ばれる.

なお、4つの結果に対する選好順序が

$$C(0) > D(z) > D(n-1) > C(z) \tag{6}$$

$$C(0) > D(n-1) > D(z) > C(z) \tag{7}$$

$$C(0) > D(n-1) > C(z) > D(z) \tag{8}$$

のいずれかであるとき、AGと矛盾しないとされる. また、AGはゲーム理論の文献では鹿狩ゲーム (stag hunt game) と交代的に用いられている (Fudenberg and Tirole (1991), Rasmusen (1994), Dixit and Skeath (1999), Camerer (2003) 参照).

表4 グループ1の利得表

$i \backslash 2$	$C$	$D$
$C$	$C(0), C(0)$	$C(z), D(z)$
$D$	$D(z), C(z)$	$D(n-1), D(n-1)$

次に、グループ2について考えよう. グループ2の運転者の選好順序より、両プレイヤーにとって協力  $C$  が支配戦略であるので、ナッシュ均衡は  $(C, C)$  である. このグループは、自分自身が

運転しないという犠牲を払ってさえ、交通量を減らしたいという望みを持っているので、JJLはこのグループを「環境主義者」(‘Greens’)と呼ぶ。

次いで、グループ3の運転者の選好順序に基づいて(純戦略による)ナッシュ均衡を求めると、(C,C)と(D,D)である。このナッシュ均衡はグループ1と同じであるが、選好順序は式(6)～(8)のいずれも満たさないので、信頼ゲームではない。

次いで、グループ4について考えよう。このグループの運転者の選好順序より、両プレイヤーにとって裏切りDが支配戦略であるので、ナッシュ均衡は(D,D)のみである。このグループは他人の行動に関係なく、運転を続けたいという希望を持っており、JJLは「傾倒した運転者」(‘Committed Drivers’)と呼ぶ。

次のグループ5はPDとされる。念のため、ナッシュ均衡を求めてみると、(D,D)のみであることが分かる。C(0)>D(n-1)であるから、両プレイヤーともパレート改善される(C,C)があるにもかかわらず、パレート最適でない(D,D)で均衡してしまっており、PDに陥っている。

グループ6の運転者の選好順序より、両プレイヤーにとって協力Cが支配戦略であるので、ナッシュ均衡は(C,C)である。この点ではグループ2と同じであるが、グループ2と6では完全禁止と現状に対する選択が逆であるので、両者は区別されている。

グループ7について考えよう。グループ7の運転者の選好順序より、(純戦略による)ナッシュ均衡は(C,D)と(D,C)である。ここで、Dをとることは裏切る、すなわち運転することであるので、強気な戦略をとることと見ることができ、Cをとることは協力する、すなわち運転しないことであるので、弱気な(chicken)戦略をとることと見ることができる。このように見ると、ナッシュ均衡では相手が強気な戦略をとるときは自分は弱気な戦略をとり、相手が弱気な戦略をとるときは自分は強気な戦略をとることになる。このとき、このゲームは弱虫ゲーム(Chicken Game)と呼ばれる。なお、弱虫ゲームとは一般的には、表5の利得表を持つゲームのことであるとされる。ただし、

$$T > R > S > P \text{ かつ } 2R > S + T. \quad (9)$$

表5 弱虫ゲームの利得表

	2	C	D
1	C	R, R	S, T
	D	T, S	P, P

また、上のナッシュ均衡の解釈において、Dをとることは裏切る、すなわち運転することであるので、主導権をとること、Cをとることは協力する、すなわち運転しないことであるので、相手に合わせることと見ると、ナッシュ均衡では一方が主導権をとり、他方はそれに合わせていることになる。このとき、このゲームは指導者ゲーム(Leader Game)と呼ばれる。なお、指導者ゲームとは一般的に、表5において利得が

$$T > S > R > P \quad (10)$$

を満たすゲームのことである。弱虫ゲームと指導者ゲームではSとRの選好順序が逆転している。

JJLはグループ7の運転者の選好順序は男女の戦いゲームとも矛盾しないとする。男女の戦いゲームとは表6のようなゲームである。しかし、グループ7の運転者の選好順序は男女の戦いゲームを意味しないと思われる。

最後にグループ8について考えよう。グループ8の運転者の選好順序より、(純戦略による)

ナッシュ均衡は $(C, D)$ と $(D, C)$ である。このナッシュ均衡を見る限りグループ7と同じであるが、運転者の選好順序は弱虫ゲームと指導者ゲームの選好順序の条件(9)あるいは(10)を満たしていない。

以上、JJLが得た調査結果のゲーム理論的解釈について述べた。

表6 男女の戦いゲームの利得表

男 \ 女	ボクシング	バレエ
ボクシング	2, 1	0, 0
バレエ	0, 0	1, 2

さて、JJLは最も多かった選好順序はAGに適合することを踏まえて次のように述べる：

AGの主要な特徴は、他人が信頼できれば自分も信頼するということである。しかし、大きく複雑な社会では信頼はきわめて存在しそうにない。このことは誰もがAGの選好を持っているとしても、最初に信頼を生み出すには交通禁止の形の政府の介入が必要なることを意味する。(中略)しかし、市街地交通禁止は、それがパレート最適をもたらさないという明らかな限界を持っている。このことは個人の車利用に対する課税の論拠となる。

この最後の指摘は興味深い。何故なら、従来のロード・プライシング理論では混雑料金は恒常的に課す必要があるのに対して、JJLは政府が課金すれば信頼が生み出されるので、課金は1度で済む可能性があることを示唆しているからである。

## 6. おわりに

道路交通混雑は道路利用に関する自己の意思決定だけでなく、他人の意思決定にも依存して発生するので、ゲーム的状况にある。したがって、道路交通混雑の問題に対してゲーム理論的にアプローチすることが可能であり、またそうする必要があると考えられる。そこで、小論では、ボトルネック混雑モデルにおける無料金均衡および混雑料金を課せられたときの分権的均衡がナッシュ均衡であることに鑑み、その実現に関する既存の考え方についてゲーム理論的に検討し、既存の考え方では説明できないことを明らかにした。ボトルネック混雑モデルにおける均衡の実現を理論的に説明することは残された課題である。

また、小論では道路の交通混雑は社会的ジレンマであるか否かについてテストし、その結果から混雑料金の新たな役割について論じたJJLの研究も紹介した。しかし、JJLの研究は1度だけの調査に基づく議論であるので、さらに調査を重ねる必要があると思われる。これも残された課題である。

## 参 考 文 献

- Arnott, R., A. de Palma, R. Lindsey (1988), Schedule delay and departure time decisions with heterogeneous commuters, *Transportation Research Record*, 1197, 56-67.  
 Arnott, R., A. de Palma, R. Lindsey (1990), Economics of bottleneck, *Journal of Urban Economics*, 27, 111-130.

- Arnott, R., A. de Palma, R. Lindsey (1993), A structural model of peak-period congestion: A traffic bottleneck model with elastic demand, *American Economic Review*, 83, 161-179.
- Arnott, R., A. de Palma, R. Lindsey (1998), Recent development in the bottleneck model, in Button, K. J., E. T. Verhoef (Eds.), *Road Pricing, Traffic Congestion and the Environment: Issues of Efficiency and Social Feasibility*, Edward Elgar, Cheltenham, 79-110.
- Ben-Akiva, M., M. Cyna, A. de Palma (1984), Dynamic model of peak period congestion, *Transportation Research Series B*, 339-355.
- Ben-Akiva, M., A. de Palma, P. Kanaroglou (1986), Dynamic model of peak period traffic congestion with elastic rates, *Transportation Science*, 20, 164-181.
- Camerer, C. (2003), *Behavioral Game Theory*, Princeton University Press, NJ.
- de Palma, A., M. Ben-Akiva, C. Lefèvre, N. Litinas (1983), Stochastic equilibrium model of peak period traffic congestion, *Transportation Science*, 17, 430-453.
- Dixit, A., S. Skeath (1999), *Games and Strategy*, W. W. Norton and Company, NY.
- Fudenberg, D., J. Tirole (1991), *Game Theory*, MIT Press, MA.
- Hendrickson, C. G. Kocur (1981), Schedule delay and departure time decisions in a deterministic model, *Transportation Science*, 15, 62-77.
- Joshi, M. S., V. Joshi, R. Lamb (2005), The Prisoners' Dilemma and city-centre traffic, *Oxford Economic Papers*, 57, 70-89.
- Mahmassani, H., R. Herman (1984), Dynamic user equilibrium departure times and route choice on idealized traffic arterials, *Transportation Science*, 18, 362-384.
- Newell, G. F. (1988), Traffic for morning commute, *Transportation Science*, 22, 47-58.
- Rasmusen, E. (1994), *Games and Information*, 2nd ed. Oxford University Press, MA.
- 岡田章 (1996) 『ゲーム理論』有斐閣.
- 鈴木光男 (1994) 『新ゲーム理論』勁草書房.
- 白井功 (2007) 「フロー混雑モデルの再定式化と意義」關哲雄・庭田文近編著『ロード・プライシング 理論と政策』日本交通政策研究会研究双書23, 勁草書房, 25-75.
- 白井功, 朝日ちさと, 藤井秀昭, 森由美子 (2008) 『道路交通混雑への動学的／ゲーム理論的アプローチ』道経研シリーズA-143, 道路経済研究所.
- Verhoef, E. K. (1998), An integrated dynamic model of road traffic congestion based on simple car-following theory: exploring hypercongestion, *Journal of Urban Economics*, 49, 505-542.
- Verhoef, E. K. (1999), Time, speed, flows and densities in static models of road traffic congestion and congestion pricing, *Regional Science and Urban Economics*, 29, 341-369.
- Verhoef, E. K. (2003), Inside the queue: hypercongestion and road pricing in a continuous time-continuous place model of traffic congestion, *Journal of Urban Economics*, 54, 531-565.
- Vickrey, W. S. (1969), Congestion theory and transport investment, *American Economic Review*, 59 (Papers and Proceedings), pp.676-697.

[うすい いさお 横浜国立大学名誉教授]

[2008年9月5日受理]